

<算数科>

思考力・表現力を育み、問題解決力を高める算数指導

－イメージ表現を重視した算数的活動を通して－

宜野湾市立大山小学校教諭 榮 努

I テーマ設定の理由

中央教育審議会の教育課程部会算数・数学専門部会は、算数・数学教育の現状と課題（2005）の中で次のようなことを指摘している。「計算はできるが、その意味をうまく表すことができない」、「結果の正解だけにとらわれ、間違ったり、途中までしかできなかつたりした解決の過程をすぐに消してしまう傾向が見られる」、「問題を解いた後、明らかな間違いに気付かない者がいる。答えが出たところで終わりになり、振り返っていないものと思われる」など、その他に多くの課題が指摘されている。

このような課題の背景には、子ども達がこれまで育んできた「知識・技能」と「思考」が遊離してしまっていることが考えられる。その原因は、新しい知識・技能の習得過程における既習事項の活用力が十分育まれていないことである。もう一つは、問題を把握し問題の構造を知る手がかりとなる数学的イメージ力と、これを文字や言葉、絵図などで表す表現力が十分育っていないこともあげられる。数学的なイメージ表現力は、既知の知識や経験等をつなぎながら、ストラテジーの選択や決定、答えの正否の判断にも影響を与える重要な能力である。そのような重要な能力であるにもかかわらず、その能力を育むための授業づくりを十分行っていないという自分自身の反省に立つ必要もある。

以下に示すデータは、校内研修に向けた資料収集の目的として、平成24年6月に絵図を用いて問題解決ができるか、また、思考力・表現力が育まれているかどうかを知るために行った調査結果である。

小学校3年生から6年生の計537人、中学校2年生の計269人を対象として実施した結果、小学校の正答者は53人で正答率約10%、中学校は、正答者が101人で正答率約38%であった。また、小学校の正答者53人の解答を分析した結果、具体的な絵図を書いたり数や言葉を使って対応させたりして考えている子は、正答者全体の約64%であった。また、絵図や数式が書かれているが相互の整合性がなく、曖昧で思考をたどることができない子が約19%であった。さらに、残り17%は根拠のない数式を用いて偶然できていると見なせたり、念頭操作によってできていたりする解答であった。

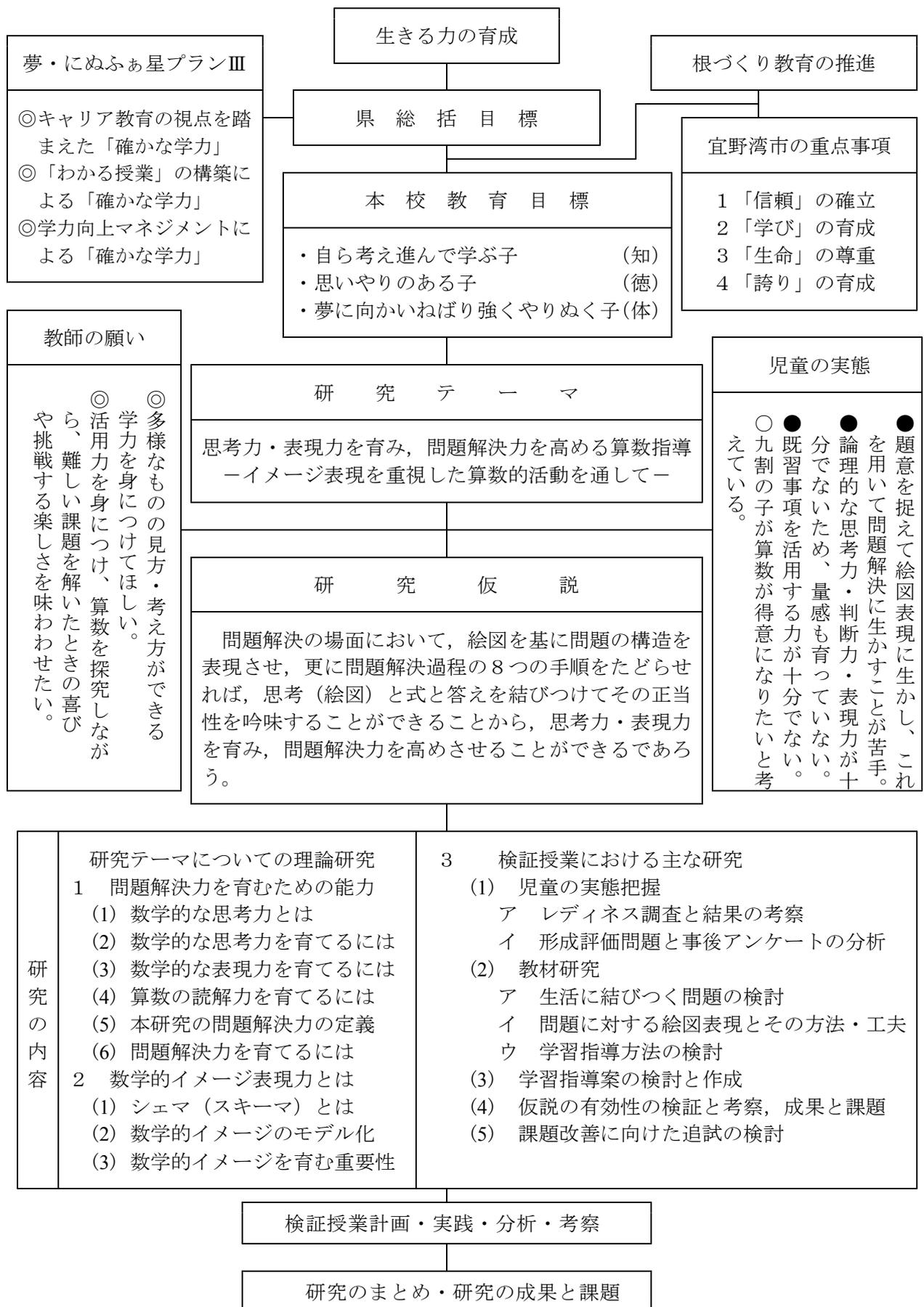
次に、小学校の誤答者208人（約39%）については、絵図を書いたり、言葉と問題の数を対応させたりして思考している様子が見られたことから、思考力を育む素地は培われていると判断できる。

この結果から、算数・数学専門部会が指摘した課題は、未だに改善されていないことが明らかになっただけでなく、数学的イメージ表現力が問題解決の正否に与える影響も示されたと言ってよいだろう。このようなことから、今後の授業では、思考させるための絵図表現の指導を意識した授業づくりを重視し、絵図を使って考えることのよさを実感させていく必要があると考えている。そこで、問題解決の際には、まず自分なりに絵図をかいて考えてみる。その次に、自分の絵図と友達の絵図を比較したり参考にしたりしながら、分かりやすく正しい判断がしやすい絵図とはどのような絵図なのか吟味できる能力を身につけさせていきたい。そのような学習プロセスをたどらせていくことで、既習事項を活用して問題を解決することの喜びや楽しさを味わわせ、算数は覚えるものではなく、考え創り出していくものという思考優先の学習観を育て、子どもたちの「知識・技能」と「思考」の一体化を図っていく授業づくりを目指したいと考え、本主題を設定した。

II 研究仮説

問題解決の場面において、絵図を基に問題の構造を表現させ、更に問題解決過程の8つの手順をたどらせれば、思考（絵図）と式と答えを結びつけてその正当性を吟味することができることから、思考力・表現力を育み、問題解決力を高めさせることができるであろう。

Ⅲ 研究の基本構想図



IV 研究内容

1 問題解決力を育むための能力

(1) 数学的な思考力とは

数学的な思考力とは、端的に言えば、目の前にある問題や課題をよりよく解決するにはどのようにすればよいのかと考える、これを適切に判断して処理することができるための能力が身についているということだと考える。そして、その能力の基となるのは、これまで身につけてきた知識や技能経験・体験などの質と量と関わったりする。そうすると、数学的な思考力は、子どもがこれまで身につけてきたリソースの差や違いによって能力差があると考えられる。そして、更に重要なのは、この蓄積されたリソースを基に、どうしたら問題や課題を解くことができるのか考え判断し、その判断が適切なのか誤りなのか根拠を持って考えたり、大体的見通しを持って考えたりすることができる能力も重要となる。勿論、これだけで数学的な思考力が説明できるものではない。数学的な思考力は、他にも関連した多くの知識・技能と関わり合いながら統合的に育まれていく能力であると考えている。

片桐重男(2007)は、「問題解決で重要なことは、新しい知識や技能をどのように使ったら解決できるのかということに気付くこと、そして、既習の知識や技能がどのように活用できるのか考え、見通しをもたせるために数学的な考え方を重視している。また、片桐は、「数学的な考え方は算数・数学科における学力の中心だと捉えており、数学的な活動ではいろいろな内容や方法が使われることから、この密接な関係においてすべての数学的な活動には数学的な考え方がある」と捉え、内容と方法の2つの面に着目してその考え方を3つに分類している。

表1 数学的な態度

| |
|---|
| ① 自ら進んで自己の問題や目的・内容を明確に把握しようとする。 ア 疑問をもとうとする。 イ 問題意識をもとうとする。 ウ 事象から数学的な問題を見つけようとする。 |
| ② 筋道の立った行動をしようとする。 ア 目的にあった行動をしようとする。 イ 見通しを立てようとする。 ウ 使える資料や既習事項、仮定に基づいて考えようとする。 |
| ③ 内容を簡潔・明確に表現しようとする。 ア 問題や結果を簡潔明確に記録したり、伝えたりしようとする。 |
| ④ よりよいものを求めようとする。 ア 思考を対象的(具体的)思考から、操作的(抽象的)思考に高めようとする。 イ 自他の思考を評価し、洗練しようとする。 ウ 思考労力を節約しようとする。 |

表2 数学の方法に関係した数学的な考え方

| | |
|----------------------------------|---------------|
| ① 帰納的な考え方 | ⑦ 単純化の考え方 |
| ② 類推的な考え方 | ⑧ 一般化の考え方 |
| ③ 演繹的な考え方 | ⑨ 特殊化の考え方 |
| ④ 統合的な考え方 (拡張的な考え方を含む) | ⑩ 記号化の考え方 |
| ⑤ 発展的な考え方 | ⑪ 数量化、図形化の考え方 |
| ⑥ 抽象化の考え方 (抽象化, 具体化, 条件の明確化の考え方) | |

表3 数学の内容に関係した数学的な考え方

- 1 考察の対象の集まりや、それに入らないものを明確にしたり、その集まりに入るかどうかの条件を明確にする。(集合の考え)
- 2 構成要素(単位)の大きさや関係に着目する。(単位の考え)
- 3 表現の基本原理に基づいて考えようとする。(表現の考え)
- 4 物や操作の意味を明らかにしたり、広げたり、それに基づいて考えようとする。(操作の考え)
- 5 操作の仕方を形式化しようとする。(アルゴリズムの考え)
- 6 物や操作の方法を大づかみにとらえたり、その結果を用いようとする。(概括的把握の考え)
- 7 基本法則や性質に着目する。(基本的性質の考え)
- 8 何を決めれば何が決まるかということに着目したり、変数間の対応のルールを見つけたり、用いたりしようとする。(関数の考え)
- 9 事柄や関係を式に表したり、式をよもうとする。(式についての考え)

このような片桐の分類をもとにして、本研究における数学的な思考力とは、新しい知識や技能の価値に気付いたり分かったりして、既知の知識や技能と既存の経験や体験をつなげて問題解決にあたることができる能力と捉えたい。そこで、問題解決の過程では、自分の考えを明確にして絵図や文、言葉などを使って簡潔に表現できること、それから、自分が出した結果について周りとの交流しながら、効率化したり単純化したりして修正することができること、更に、自分が出した答えが題意に沿い、式や数値に妥当性があるかどうか確かめきれることなど、表現力も伴った能力を数学的な思考力と捉えて研究を進める。

(2) 数学的な思考力を育てるには

算数・数学科における思考力を育てる上で重要なのは、問題をどのように解くかというストラテジーの選択決定場面において、絵図や言葉を頼りに問題の構造を捉えるためのイメージづくりが重要になってくる。そして、イメージしたことを絵図や言葉、式などで表現し、それが妥当なのかどうかを考えていく中で解決の見通しを持つことになるのである。そこには、多くの試行錯誤があるはずである。この試行錯誤の過程で自分が考え出したイメージと求めた式や答えについて、既知の知識や経験と結びつけながらその妥当性を吟味し、適切に判断できる能力を身につけさせることが数学的な思考力を育み問題解決力を高めることにもつながるのだと考える。

小島宏(2008)は、片桐の論究を整理しこれを基に数学的な思考力を育てるための指導のポイントを示した。ここでは、我々教師が日頃の授業の中で何を意識して何を指導していけばよいのか、ということが明示されている。その中には、発想の重視や考えるモデルを示すなど、本研究内容と関わるポイントも示されている。

表4 数学的な思考力を育てる11のポイント

| | |
|-----------------------|-----------------------|
| ① 繰り返し「考える体験」をさせる。 | ⑦ 「考えたら成功した体験」を豊かにする。 |
| ② 結果だけでなく「発想」を重視する。 | ⑧ 日常生活の中でも考えることを奨励する。 |
| ③ 「肯定的評価」で前向きな子どもにする。 | ⑨ 「考えるモデル」を示す。 |
| ④ 既習事項や既存経験の活用を奨励する。 | ⑩ 考えると得をすることを理解させる。 |
| ⑤ 授業の中で「考えるコツ」を実感させる。 | ⑪ 学び合いをさせる。 |
| ⑥ 考えることの楽しさを実感させる。 | |

能田伸彦(筑波大学教授)は、算数教育講座(1992)の講演会の中で、簡潔、明確、一般的に表す式の特徴やよさを指摘しながら、「最初に式指導から始めてしまうと、子共達は覚えにかかったり真似をしたりします。いきなり、式でもって説明しないで、図とか表とかを用いて直感的なものから入っていかなければ、子どもは学習を自分で作り上げることはできないということです。」と述べ

ている。また、「子供なりのイメージ、子供なりの直観を持って学習を進める。その図とか表とグラフというのは、もともと視覚的に、あるいは、イメージされやすいように工夫されているのであるから、それを式へもっていくための橋渡しをすることが先生方の仕事です。」とも述べている。

このようなことから、能田は、直観的なものを自分なりにイメージさせて、これを絵図や言葉等で表現しながら式にまとめさせていく学習の大切さを説くと同時に、そのようなプロセスを大切にしない指導方法に対して警鐘を鳴らしている。

(3) 数学的な表現力を育てるには

一般的には、言葉や数、式、図、表、グラフなどを用いて問題の解決過程における考え方や処理の仕方、結果について分かりやすく表したり、説明したりできる能力のことを数学的な表現力と言っている。また、表現力を身につけていく過程では、表現しながら思考する、思考しながら表現するといったプロセスをたどることから、思考力と表現力は相互補完的な立場にあり学び合い等の知的コミュニケーションを進めながら、相乗的に高まっていく能力であるとも言われている。

中村享史(2008)によると、「教師の仕事は教えることであるが、教え過ぎてはいけない。子どもの発言を途中で遮ってしまい、教師の意図したい発言に沿うように教え込んでしまう場合がある。教師の仕事は、子どもの表現を再現し、子どもと共に鑑賞することである。」と述べている。

言い換えれば、教師は、子どもの発言に対して、その発言の背景にあるものを引き出したり寄り添ったりしながら子どもの思いに想像を巡らせ、それを的確に捉えようとする態度や技術を身につけることが大切であるということであろう。そのためには、教材研究の中で想定できる子どもの反応を予測したり、子どもの絵図や言葉などの一つ一つの表現に対して丁寧に向き合ったりしながら子どもと教師と共に考えていく授業づくりが重要になってくると考える。

そして、そのような学習活動を支えるものが算数学習の中で使われる話形指導である。伝え合う学習活動を仕組むとき基本的な話形が定着していなければ、子どもの説明は曖昧となり聞き手は理解できず、有耶無耶になりながらやり過ごすということになる。そのようなことにならないためには、数学的な表現方法として田中博史(2008)がまとめた「語り始めの言葉」に着目して授業改善をしていく必要もある。

田中は、子どもが発言する際や考えている過程で出てくる言葉は素直な表現であり、考えをつくりだしていく言葉であるとしている。この田中がまとめた「語り始めの言葉」を活用し、算数の伝え合う学習活動の場における基本的な話形として定着させていけば、筋道立てた説明ができる子どもが育ち、数学的な表現力と共に思考力も育てていくことができると考える。

表5 「語り始めの言葉」とその主な働き

| 語り始めの言葉 | 言葉の主な働き | |
|-----------|----------|--|
| 例えば | 例示して述べる | 自分なりの分かり方に置き換えて話そうとする言葉。 |
| まず、それから | 整理して述べる | 自分の考えたことをいくつかに分けて整理していこうとする言葉。 |
| なぜなら、だって～ | 根拠づけて述べる | 友達の考えにかかわろうとする言葉。 (演繹的な理由を語る時) |
| でも | 反論を述べる | 友達の考えに関わろうとする言葉。 (反例をあげる時) |
| だったら | 仮定して述べる | 活動の流れを感じ取り、その先を考えていこうとする言葉。 |
| もしも | 仮定して述べる | ものごとを整理したり、条件を変えて発展を考えたり一般化を図ろうとするときに使う言葉。 |
| きっと、たぶん | 見通して述べる | 既習事項を基に、類推して考えていこうとする言葉。 |

以下に示す表は、小島宏(2008)によって、分かりやすく整理してまとめられた数学的な表現力を育てるための13のポイントである。中村享史の論究をはじめ、私のこれまでの実践の中で重要視してきたポイントとも幾つか重なる。十分でなかったことや、気付いていなかったことも示されているため、今後の理論研究や実践研究の拠り所として提示しておきたい。

表6 数学的な表現力を育てる13のポイント

| | |
|--|---|
| <p>① 表現させながら考えさせる。 ② 作業的な活動や体験的な活動を図や文、式などで表現させる。 ③ 自分の考え方や仕方をまとめさせ、表現させる。 ④ ノートや学習シートの使い方を身につけさせる。 ⑤ 表現するための基礎的技能を身に付けさせる。 ⑥ 表現する活動を繰り返し体験させる。</p> | <p>⑦ よい例を紹介し方向付ける。 ⑧ 論理的に表現し、説明する「キーワード」を教える。 ⑨ 表現の仕方より中身や論理性を重視する。 ⑩ 「相手の理解しやすさ」を意識して表現させる。 ⑪ コミュニケーションを意識して表現させる。 ⑫ レポートや論文にも挑戦させる。 ⑬ 生活の中の事柄を算数の視点から表現させる。</p> |
|--|---|

(4) 算数の読解力を育てるには

筑波大学附属小学校の田中博史は、寄稿文の中で算数の読解力とは、「文と図と式を結びつけていく力、また、読み取るとは、問題文を自分なりのイメージに置き換えることだ」と述べている。そして、低学年のときには、文章で与えられた問題をまずは「絵にかいて解く」という指導の重要性も指摘しており、抽象的な式表現の意味もよくわからないうちから、適当に数値を足したり引いたりして答えを出させても意味がない。したがって、算数の読解力を育む最初の指導は、「文と絵」とを結びつける指導である。その次は、「絵と式」を結びつける指導である。こうしていくと、文を読んだらまずはその問題場面をイメージ化して式をたてるという子どもが育っていくと述べていることから、問題解決場面でのイメージ力とこれを絵図等で表現させることの重要性が分かる。

したがって、低学年の段階では文と図と式を結びつけていく力を育み、中学年以降では友達の解いた式や図を見てその思考過程を読み取ったりするという学習展開も大切にする必要がある。また、「子どもたちが最初に式を学ぶとき、それぞれの数値や記号が何を表現したものなのか、その具体的な背景を意識させていくことができれば、中学年以降の指導も効果的に展開できる」と述べていることから、数学的なイメージ力やこれを表現する力を育む指導は、単学年の一時的な指導に陥るのではなく、低学年から高学年に向かって系統的に指導していくことが重要であり、数学的イメージ表現力は、算数・数学を学んでいく上で非常に大切な能力を育てるための知識・技能だということがいえる。

(5) 本研究における問題解決力の定義

本研究における問題解決力とは、「既習の知識や技能、既有的経験・体験などをもとにして、新しいアイデアを考えたり思いついたりしたことを適用しながら解決することができる力」、そのような能力を問題解決力と捉えたい。そうすると、問題解決力は、子どもがこれまで培ってきた知識・技能や既有的経験や体験の質、量によって思考力や判断力に違いがあると考えられる。これを踏まえると、それぞれの子どもの問題解決力には、個性や差があることが適当である。

したがって、そのような能力差に応じるためには、一つは、学び合いの場や表現する場を設定して、周りから学びながら周りと共に成長していく、という学習の場が必要になってくる。しかし、子どもによっては、自力解決ができなかったり、学び合いもできなかったりする場合も想定できる。そのような場合は、教師がモデルを示して解決させていく必要もある。これが、基礎的・基本的な知識・技能を習得させるための一斉指導の在り方の考え方である。もう一つは、個々の習得状況に応じて問題解決の方法を見守りながら、よりよい解決の方法に気付かせていくことである。そのためには、安易にモデルを示すのではなく、あくまでも子どもの発想を大事にして引き出しながら子ども自身で絵図に表現させたり修正を加えさせたりする活動を重視する必要がある。

(6) 問題解決力を育てるには

問題解決を行う際には、どうやって解決するかという全体的な計画・構想を工夫する必要がある。これをストラテジーと言う。問題の難易度に応じてストラテジーは大きくなったり、小さくなったりする。簡単には問題解決ができなさそうな場合、解決するには多くの手順が必要となるため、ストラテジーは大きくなっていくといえる。また、試行錯誤や思考接近、思考実験、分類整理、特殊化、類比や帰納の考え、逆向きの考えなどは、計画・構想の一部で収まるので中程度の大きさのストラテジーである。それから、思いつきで解いてみる、表を書く、グラフを書く、計算式を立てる・方程式を立てる、絵図を書いてみる、記号化してみる、といったことは小さなストラテジーとして捉えることができる。そうすると、問題解決力を育むには、子どもの発達段階を踏まえながらそれぞれの学年に応じた絵図で表したり、それぞれの学年で習得した知識や技能を使って問題解決に臨むといった系統立てた学習指導が不可欠になってくるはずである。そして、教師は、問題や課題を工夫し、意図的にストラテジーを大きくしていかざるを得ないような学習指導も多く仕組んでいく必要があるであろう。そのような過程で、既有的知識や経験を駆使し、創意工夫しながら問題解決にあたる子どもが育つため、問題解決力も育まれていくことにつながると考える。

ア 問題解決過程の8つの手順

子どもが問題（課題）と出会い、それを解決していくためには、問題把握、解決の見通し、考えの適用、結果の確認という一連のプロセスが必要になってくる。そのプロセスで子どもに身につけさせたい具体的な知識・技能を明らかにすることによって、思考力・表現力を育み、問題解決力を高めさせていくことにつながるのではないかと考える。また、前述の項で述べたことから分かるように、子どもが問題解決をしていく上で常に選択されるストラテジーは、ほとんどが小さなストラテジーであった。これからは、子どもの発達段階に応じて、選択するストラテジーの大きさを工夫せざるを得ないように問題や課題を工夫しながら、数学的なものの方・考え方を育んでいく必要がある。このようなことから、問題解決に必要な基礎的・基本的な能力を育むという観点から問題解決過程の8つの手順を示した。この手順に沿って学習を進めさせることによって、数学的な思考力と表現力を育むことにつながるものと考えている。そこで、表7には、問題解決過程の8つの手順を示す。それから、図1には、問題（課題）との出会いから解決に至るまでの間、子どもに身につけさせたい学習態度をイメージして図に示すようにする。

表7 問題解決過程の8つの手順

| 問題の解決場面 | 段階 | 子どもの問題解決手順 |
|---------|----|------------------------------|
| 問題把握 | ① | 問題を把握し、場面をイメージできること。 |
| | ② | 場面のイメージを絵図に表して、問題の構造を把握すること。 |
| 解決の見通し | ③ | 絵図をもとに予想をして、結果の見当が付けきれること。 |
| | ④ | 絵図から解き方を考え、解決の見通しをもつこと。 |
| 考えの適用 | ⑤ | 自分の考えた絵図を基に、立式できること。 |
| | ⑥ | 計算して結果を求めることができること。 |
| 結果の確認 | ⑦ | 絵図にあてはめて、予想と結果が比較できること。 |
| | ⑧ | 問題を解いた過程をふり返って、答えを確かめきれること。 |

イ 思考力・表現力の高まりのイメージ

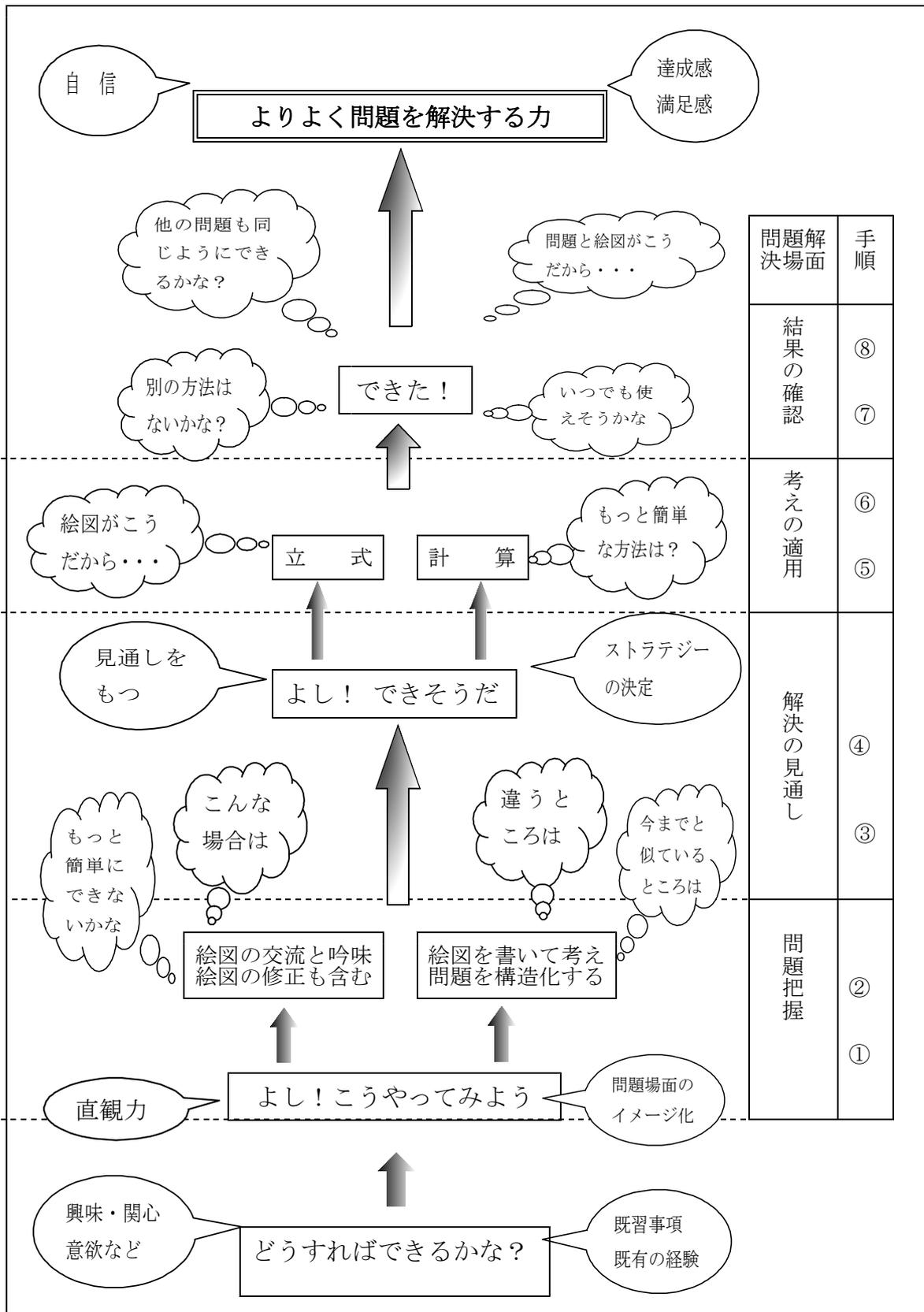


図1 問題解決過程の8つの手順と思考力・表現力の高まりのイメージ図

2 数学的イメージ表現力

(1) シェマ（スキーマ）とは

算数教育指導用語辞典(2011)によると、シェマとスキーマは同義語であり、前者をフランス語読み、後者は英語読みである。シェマ（スキーマ）は、算数科では一般的に図式、図解などとも訳されている。これは、「心理学的用語では知覚が外部からの一方的な情報で成立するのではなく、刺激を受容する以前に、すでに自分の中に構造化された情報内部における相互関連を見いだして、受容していくための構造のことをシェマ・スキーマという」ことが解説されている。そうすると、子どもは何かを学習するとき、各自がそれぞれ特有のシェマをもっており、そのシェマが問題解決をするにあたって、よい働きをするように援助していくことが教師の役割であると考えられる。

(2) 数学的イメージのモデル化

数学的イメージ力は、既知の知識や経験等をつなぎながら、問題解決のストラテジーの選択や決定、自分が出した答えの正否の判断にも影響を与える重要な能力となる。また、自力解決の場では問題の構造を捉えるためのモデルの基になったり、そのモデルを単純化してより分かりやすくしたりするための能力である。また、学び合い・教え合い学習の場においても、解き方の説明を言葉だけでなく、イメージを絵図化して説明したり、絵図化されたものを解釈して理解したりする場でも必要となる能力である。

算数教育指導用語辞典(2011)のスキーマとモデルの項には、「指導内容が構造化をもったものに教材化するために有効な方法がモデル化であり、教材がモデルの形で提示されると、構造が明瞭となり子どもにとってわかりやすいものとなる」と述べられている。また、モデルには、「一般に物的モデルと思考的（観念的）モデルの2種類があり、前者が教具と呼ばれるものであり、後者が形象－直感的モデルである」。形象－直感的モデルには、「数直線やタイルなど視覚的表示として扱われるものがある。これらの形象－直感的モデルを外的スキーマといい、すでに自分の内部に構造化された心的構造を内的スキーマという」と説明されている。このようなことから考えると、問題解決力を高めさせる上で重要な教師の役割は、個々の中に形成されている内的スキーマ（シェマ）に働きかけて外的スキーマ（シェマ）を表出させ、これを思考・表現させながら判断力を育てていくことが問題解決力を高めさせていくことにつながるということがいえるであろう。

(3) 数学的イメージを育む重要性

下の図は、児童が書いた絵図である。本児童は、学年当初の段階で算数に苦手意識があり、学習集団を編制する際にもある程度の支援を要する集団の中で学習を進めることが多かった子である。また、四則計算における技能の定着、文章題の読解力に課題があるため式を間違えたりすることも多かったため、絵図を書いて考えさせる指導を心がけた。問題解決のためのキーワードの見つけ方、問題文を文節毎に区切って言葉と数値を対応させる、問題場面をイメージしてこの問題の答えは基となる量（数値）より「増えるのか」「減るのか」といったことを考えさせ、それを絵図に表すという指導を継続して行ってきた。その結果、絵図を書くことの楽しさを感じたり、問題が解ける喜びを味わったりしたことで算数学習への興味や関心も高まり、成績も向上していった典型的な成功例である。テープ図を使った指導がなされているにも関わらず、この児童は、これまで自分の中に作り上げてきた既知の知識や経験に働きかけながら自分なりに表現して考えた結果、誤答率の高い問題を見事に正答している。

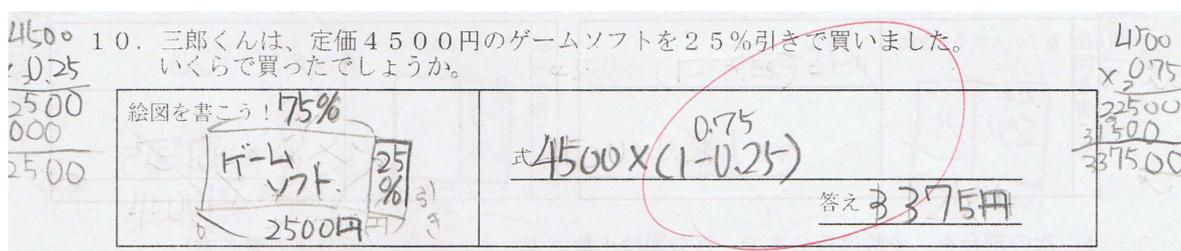


図2 創意工夫して書いた児童の絵図

V 検証授業

算数科学習指導案

日時：平成26年1月30日（木）第6校時
学級：宜野湾市立大山小学校5年1組
男子19名 女子17名 計36名
指導者：榮 努
講師：石坂 晃 知念 克治

1 単元名 割合とグラフ

2 単元の目標

- 百分率について理解できるようにする。 [D (3)]
 - ・割合の意味・求め方・くらべ方，百分率の意味と表し方を理解する。 [D (3)]
 - ・くらべられる量・もとにする量の求め方を理解する。 [D (3)]
 - ・割合が $1-p$ になる場合の問題の解き方を理解する。 [D (3)]
 - ・歩合の表し方について理解する。 [3 (4)]
- 目的に応じて資料を集めて分類整理し，円グラフや帯グラフを用いて表したり，特徴を調べたりすることができるようにする。 [D (4)]

3 単元について

(1) 教材観

児童がこれまで学んできた「数」とは，大きさや多さといった実体のあるものを表していた。ところが，「数」はそればかりではなく，2つ，あるいはそれ以上のものの間の「関係」を表す場合にも使われる。通常，数は測定が可能であり実体があるため，「絶対的な見方」ができる。これに対して，「割合」では数の「相対的な見方」をしなくてはならない。つまり，測定が未測定を数値化するとき単位量のいくつ分であるかを調べて表すのに対して，割合は既測2量を対比して基準量を1と見たとき，比較量をいくつと見ることができるか，という「相対的な見方」で調べるものである。すなわち，割合は2段階に抽象化された数であるため，割合も測定とつながりがあるといってもこの「見方」に困難性があることから，割合の概念を理解させることの難しさにつながっているのではないかと考える。

本単元では，小数倍で表されている対比2量の関係について基準量を1と見たとき，比較量はどれだけの割合と見ることができるかという全体と部分，部分と部分の関係を割合の見方でとらえて表し，それを用いることができるようにすることがねらいである。これまでに児童は，この見方として，第4学年で整数倍，第5学年では小数倍，分数倍を学習してきた。基準量を1と見る考え方や基準量と比較量の見分け方，割合を表す小数倍や整数倍，百分率や歩合など，児童の数学的なものの見方・考え方の程度に応じて混乱が生じることが予想される。この混乱を防ぐためには，基準量と比較量を見分けて基準量を1とみる考え方ができること，小数や百分率や歩合はどれも割合（2量の関係）を表す数であり，それらは目的に応じて使い分けることができること，また，これらは，合理的な計算処理をする上ではそのまま使うことができない場合があることを理解させていくことも重要である。したがって，難教材だからといって安易に公式的な解決方法の知識を与えるのではなく，基準量と比較量と割合の相互の関係や意味を丁寧に解説したり，考えさせたりしながら習熟させていくことが重要になる。そのためには，数量の関係を捉えて正しく式を立てる手立てとなるものが必要である。その手立てとなるものが絵図（テープ図や数直線，表など）である。基準量と比較量と割合の3者の関係を単純化した絵図によって表現できれば，それを基にして思考・判断することができるのではないかと考える。

(2) 児童観

次に示す問題は、児童の中に割合の見方・考え方につながるレディネスが形成されているかどうかを確認するため、ゴムの伸びを扱った教材を基にトピック授業を実施した結果である。

| 問 題 | | |
|-------------------------------------|--------|--------|
| AとBの2本のゴムがあります。どちらのゴムがのびるといえるでしょうか。 | | |
| | (のびる前) | (のびた後) |
| A : | 1 2 cm | 1 5 cm |
| B : | 5 cm | 7 cm |

Aが伸びると答えた児童数は、24人で全体の約89%である。その理由の多くは、ゴムが伸びる前と伸びた後の「差」による考えで比較をし、判断したというのが多数の意見であった。また、Bが伸びると解答した児童は、0人である。どちらも伸びると解答した児童が3人で、約11%である。2人の児童は、どちらのゴムも基の長さより伸びているのでどちらも伸びる、と考えたようである。もう一人は、題意を読み取って、「どちらが長く」という文言が入っていないので2量を比較しなくてもよい、と捉えたようである。

この結果から、ほとんどの児童は、AとBのいずれかを基準量として見なし、もう一方の増減の差によって比べたことが分かる。これは、これまでの既習事項として身につけてきた測定という概念が定着していることを表しており、これが働いた結果であると言える。一方、基準量の異なる異種の2量の伸び方を比べるためには、同種の2量間（伸びる前と伸びた後）の割合によって比べるという割合の概念が必要になってくる。児童には、この概念が現段階では全く身につけていないということが明らかになった。しかし、先行学習の経験をもつ2、3人の児童の中には、学習が進むに連れて最終的には公式に当てはめてBが伸びると解答した児童もいたが、書いた絵図と式との整合性を観察すると、理解の程度は曖昧であるということが分かっている。それから、どちらも伸びると解答した児童は、的外的な解答として捉えてしまいそうだが、これから割合の学習を進める上で重要になる「題意を読み取る」「基準量に着目する」、といった視点は身につけているため、学習を進めていく中で割合についての理解は深まっていくであろうと考える。

次に、問題解決にあたって児童が書いた絵図を確認してみた。多くの児童の絵図では、平行テープ図、数直線のみ、平行テープ図と数直線、伸びる前（基準量）を実線と伸びた後（基準量に書き足し）を波線、伸びる前（基準量）を実線と伸びた後（基準量に書き足し）も実線、テープ図を横書き、縦書きなど個人差はあるものの、多くの児童がこれまで身につけたシエマを用いて思考し、問題解決をしようとする様子が見られた。その中で、割合の学習に結びつく絵図の代表的なものを下に示す。図1に示す絵図（数直線も含めて）を書いた児童は、11人で全体の約41%であった。図2では、10人の約37%であった。

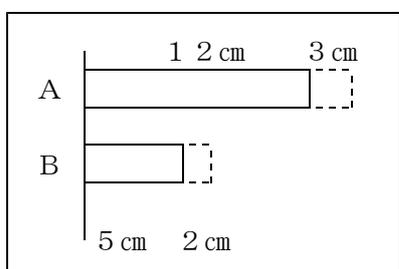


図1 異種の2量の変化の関係

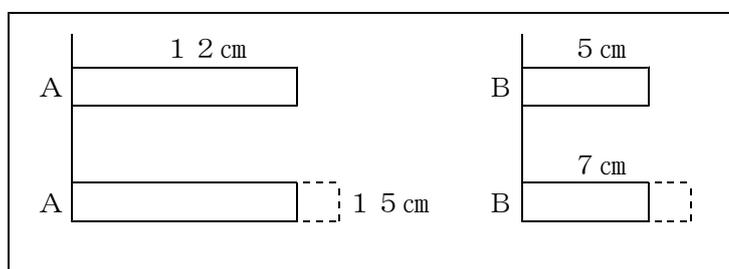


図2 同種の2量の変化の関係

このような結果から、割合について学習を進める際に重要となるイメージ表現力の基礎的・基本的な技能は身につけていると見なしてよいと考える。そして、これらの実態を踏まえた上で、絵図を用いた表現のよさについて、「分かる・できる授業」を通して実感させることによって、思考する上で積極的に絵図を用いて考える学習姿勢が育つことが期待できる。

(3) 指導観

割合の学習で一番の落とし穴は、「～の割合」「～倍」「～%」の意味するものをしっかり捉えさせることができていないことだと考える。これらの割合を表す数は、小数や百分率、歩合などのように形が変化した数として表されていることもあり、題意に沿った適切な使い方を判断して扱っていかねばならないという点で、多くの誤解や勘違い戸惑いが生じるものと考え。また、もとにする量の何倍かを表したものがくらべられる量であるため、もとにする量何なのか判断する必要もあるし、さらに「割合」が知りたいのか、「もとにする量」が知りたいのか、「くらべられる量」が知りたいのかといった判断もせまられることになる。したがって、公式を覚えればよいといった単純なレベルの学習内容でないため、児童のミスも多くなるのが割合の学習指導の難しいところだと考える。

ア 指導内容手順の工夫

検証授業単元では、指導の効果を最大限に高めるという観点と割合の学習が児童にとって分かりやすいと実感をもたせるために、復習を兼ねて「倍」から扱うようにする。数値のない2量の関係を表すテープ図を使って「くらべられる量はもとにする量の何倍か」を問い、整数倍や純小数倍を引き出す。次に、割合を判断するときには「何を基にして〇倍と判断しているのか」、「〇倍と判断するとき、もう一方の量は何とみるべきか」を問うことで、「もとにする量を1倍とみる」という見方を押さえるようにする。そして、もとにする量とくらべられる量、割合という三者の関係に気付かせながら、次に数値を与えて同じように答えさせていくようにする。その後、「もとにする量×割合＝くらべられる量」となることを確認する。この考え方が検証授業における立式のすべての基本となる。この発想は、わり算より先にかけ算を教えた方がよいというこれまでの習得手順とも合致するため、より自然で理解しやすいであろう考えるからである。その後は、シュートの成績くらべやこみぐあいの学習において「全体量＝もとにする量、部分量＝比べられる量」として見ることを確認し、「なぜわり算で求められるのか」という説明については、式変形を通して納得させるようにする。その次に、教科書で扱っている「集合の考え」や「分数の考えから式変形」についても触れながら、多面的な見方・考え方を育てるようにしていく。

イ 割合で使う絵図指導

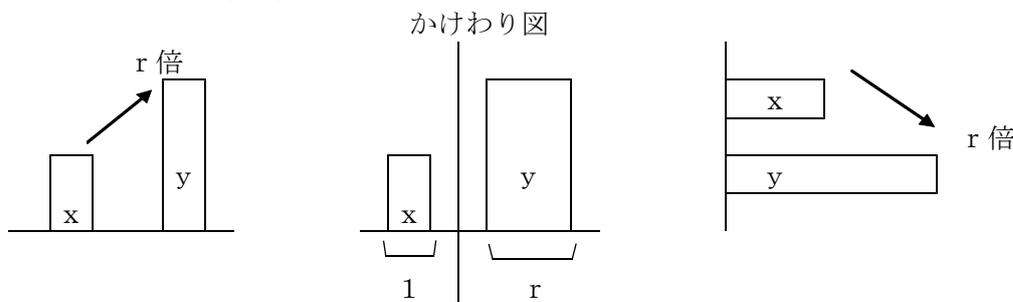


図3 割合図

割合における絵図指導とは、割合の意味をイメージしたり演算決定をするための補助的な役割として重視する。上図の有効性は、倍率 r が1より大きいのか小さいかが一目でわかることである。また、左図においては、図の配置が割合の（第2用法）の式である、「（もとにする量 x ） $\times r$ ＝くらべられる量 y 」と上手く対応しているため、割合の r を求める第1用法やもとの量 x を求める第3用法でも、何を何でわったらよいのかが考えやすいからである。

ウ 協同的な学び合い

ここで言う協同的な学び合いとは、既習の知識が十分でない子に配慮するということを重視する。自力解決ができない子は、絵図の不適切なかき方や基準量と比較量をどこに置くのか、割合の関係性を表す矢印の向きが曖昧であったりする場合が多い。したがって、友達の考えと交流しながら学ぶといった考える手立てを教えることで、友達と相談することが当たり前にする必要がある。そのような学習姿勢を育つことで、学び合う集団が形成されるのだと考える。

4 評価の観点からみた単元の目標と評価規準

| | 算数への 関心・意欲・態度 | 数学的な考え方 | 数量や図形に ついての技能 | 数量や図形について の知識・理解 |
|--------|---|---|---|---|
| 目 標 | 2つの数量の関係を割合を用いて考えたり、割合や円グラフ、帯グラフを活用して表したりしようとしている。 | 割合でとらえられる同種の2つの数量の関係を、図や式を用いて考えている。また、資料について、全体や部分との関係を調べ、特徴をとらえている。 | 割合、比べられる量、基にする量を求めることができる。また、割合を円グラフや帯グラフに表すことができる。 | 割合の意味と表し方、円グラフや帯グラフの読み方やかき方を理解している。 |
| A | 割合を百分率や歩合で表すよさが分かり、日常生活の場面でも百分率が多く用いられていることに気付いている。また、割合、円グラフや帯グラフを進んで生活や学習に活用しようとする。 | 同種の2つの数量の関係について、比例関係をもとに考え、図や式を用いて表現し考えをまとめている。また、表、円グラフや帯グラフに表された割合の特徴を調べ、全体と部分、部分と部分の関係についていろいろな観点で調べている。 | 割合、比べられる量、基にする量の関係を理解し、適切に使える。また、表、円グラフや帯グラフで表された割合について、その特徴や目的に応じて使い分けて表すことができる。 | 割合の意味と表し方を理解している。また、円グラフや帯グラフが割合を表すグラフであることが分かり、その読み方やかき方を理解し、説明することができる。 |
| B | 日常生活から割合が用いられる場面を探したり、百分率や円グラフ、帯グラフを生活や学習に活用して表そうとしている。 | 同種の2つの数量の関係について、図や式を用いて表現し考えている。また、表、円グラフや帯グラフに表された割合から特徴を調べ、全体や部分との関係についてとらえている。 | 割合、比べられる量、基にする量を計算で求めることができる。また、割合を円グラフや帯グラフに表すことができる。 | 割合の意味と表し方を理解している。また、円グラフや帯グラフが割合を表すグラフであることが分かり、読んだり書いたりすることができる。 |

6 本時の指導（10／14時）

(1) ねらい

比べられる量と割合が分かっているとき、もとにする量の求め方を考える。

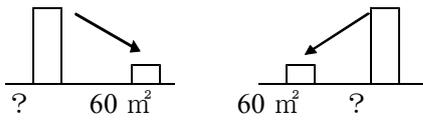
(2) 授業仮説

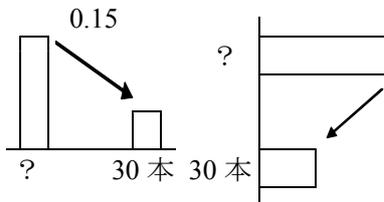
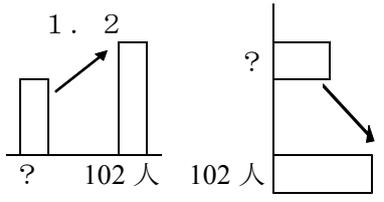
もとにする量の求め方を考えさせる場面において、もとにする量とくらべられる量と割合を表す数値を捉えさせ、それをテープ図に表して3者の関係に着目させれば、求めるものの判別が容易となって公式を活用した立式へとつなげることができるため、もとにする量を求めることができるであろう。

7 単元指導計画

| 小単元 | ねらい | 時 | 主な学習活動 | 教科書 |
|--------------------------|---|-------|---|------------------------------|
| 1 割合の意味と比べられる量 (3) | ●割合の意味や割合の見方・考え方について理解する。 ●割合で使う絵図について知る。 | 1 時 | ①2種類のゴムの伸び方について話し合い、割合の見方・考え方を理解する。 | トピック指導 |
| | ●割合の意味について理解する。 ●割合を求めることができる。 | 2 時 | ①テープの長さを比べる場面から、図のかき方と割合の意味を理解する。 ・テープ図、数直線、表、割合図 ②適用問題を解く。 | 自作問題を活用 |
| | ●基にする量と割合が分かっているとき、比べられる量の大きさの求め方を考える。 | 3 時 | ①比べられる量＝もとにする量×割合で求めることができることを、絵図を基に考えて立式し計算する。 | 教科書 P91 と関連 百分率なしの自作問題を活用 |
| 2 割合を求める問題 (2) | ●いろいろな場面で割合の比べ方、求め方を理解する。 | 4 時 | ①既習事項を基にして、絵図を使いながら教科書の問題を解く。 | 教科書 P84～P86 |
| | ●全体量と部分量の関係にない2つの量を比べるときにも、割合を使って表せることを知る。 | 5 時 | ①絵図を基に問題解決の見通しを立てる。 ②絵図のかき方の交流をしながら、これを基に立式して答えを求める。 | 教科書 P87 と関連 自作問題を活用 |
| | ●割合と比べられる量が分かっているとき、もとにする量の求め方を理解する。 | 6 時 | ①既習事項の活用ができないか考える。 ②絵図のかき方の交流をしながら、これを基に立式して答えを求める。 | 教科書 P93 と関連 自作問題を活用 |
| 3 百分率 (3) | ●百分率の意味と表し方を理解する ●100%をこえる表し方を理解する。 | 7 時 | ①百分率の意味と表し方、そして、100%をこえる表し方を絵図で考える。 | 教科書 P88～P89 |
| | ●歩合の表し方を理解する。 | 8 時 | ③歩合の表し方を理解し、教科書の問題を解く。 | 教科書 P90 |
| 4 割合を使う問題 (2) | ●割合に百分率が使われているとき比べられる量の大きさを求める。 ●割合が1－Pになる場合の比べられる量の求め方を考える。 | 9 時 | ①絵図を基に求め方を考える。 ②絵図を交流する。 ③絵図を基に立式して答えを求める。 | 教科書 P91～P92 割引き |
| | ●割合に百分率が使われているとき基にする量の大きさを求められる | 本時 | ①絵図と既習事項を基にして問題を解く。 | 教科書 P93 割増し |
| 5 割合を表すグラフ (3) | ●帯グラフの意味、読み方、かき方を理解し、帯グラフをかく。 | 1 1 時 | ①帯グラフから、全体に対する部分の割合や人数を求める。 ②帯グラフを知り、交通事故の原因の調査結果を帯グラフに表す。 | 教科書 P94～P95 |
| | ●円グラフの意味、読み方・かき方を理解し、円グラフをかく。 | 1 2 時 | ①円グラフから、全体に対する部分の割合や冊数を求める。 ②表から、それぞれの割合を求める。 ③求めた割合を円グラフにかく。 | 教科書 P96～P97 |
| | ●実際の社会事象の資料から、その資料が示す情報を読み取る。 | 1 3 時 | ①米の収穫量と農業全体の生産額の関係を図グラフから読み取る。 ②2種類以上のグラフから、それぞれの違いや共通点を読み取る。 | 教科書 P98～P99 |
| 練習 (1) | ●既習事項の理解を深める。 | 1 4 時 | ①適用問題を解く。 | 教科書 P100～P101 |

8 本時の展開

| | 主な学習活動と教師の発問 | 予想される児童の反応 | 評価と留意点 |
|----|--|---|---|
| 導入 | <p>① 問題を把握する。</p> <p>問題</p> <p>まさおさんの家では、畑の一部を花畑にしています。花畑の面積は60㎡で、畑全体の面積の20%に当たります。畑全体の面積は、何㎡でしょうか。</p> <p>めあて</p> <p>くらべられる量と割合が分かっているとき、もとにする量の求め方を考えよう。</p> | | |
| | <p>T：花畑の面積はもとにする量ですか、くらべられる量ですか。</p> <p>T：1と見る量は何ですか。</p> <p>T：どの文でそれが分かりますか。</p> <p>T：20%の割合の数は、そのまま計算に使えますか。</p> <p>○発問に答えながら、学習のめあてをつくる。</p> <p>② 絵図をかいて説明する。</p> <p>T：1と見る量のテープ図は、左右または上下のどちらに書くべきだった？</p> <p>T：百分率で表された割合は、どのような数に変えて使うの？</p> <p>T：友達の考えと見くらべてごらん</p> <p>○自分の絵図と友達の絵図をくらべて修正したり、習ったりする。</p> <p>○書いた絵図をもとに、なぜこのような絵図になるのか説明する。</p> | <p>C：もとにする量です。くらべられる量です。</p> <p>C：畑全体の面積です。</p> <p>C：畑全体の面積の20%です。</p> <p>C：いいえ、小数倍に変えて考えないとはいけません。</p> <p>0.2 0.2</p>  <p>C：もとにする量の0.2倍が60㎡だから・・・</p> | <p>★ 基準量を見分ける，百分率を小数に直すことを引き出す。</p> <p>★ 割合図の左右の位置関係高さ，矢印の方向に留意させる。</p> |
| 展開 | <p>③ 結果の予想と根拠を説明する。</p> <p>T：求めた結果（答え）は、もう一方の量より大きくなりそうですか、小さくなりそうですか。</p> <p>④ 解決の見通しをもつ。</p> <p>T：何算で解けそうですか？</p> | <p>C：大きくなりそうです。小さくなりそうです。・・・???</p> <p>C：わり算です。かけ算です。</p> | <p>★ 考えをまとめさせて，論理的に説明させる。</p> |
| | <p>⑤ 絵図をもとに立式する。</p> <p>⑥ 計算して結果を求める。</p> <p>T：以前に似たような問題をしましたよね，どのような式から求めたんだった？</p> | <p>C：60÷0.2，60÷20</p> <p>C：□×0.2=60</p> <p>□=60÷0.2</p> <p>C：300，3，30，・・・？</p> | <p>★ 導入時の留意点事項を思い出させる。</p> |

| | | | | |
|--------|--|--|---|--|
| 展 開 | 結果の 確認 | <p>⑦ 予想と結果の比較をする。</p> <p>⑧ 確かめをする。</p> <p>T：絵図と求めた結果の関係や、求めた量ともう一方の量の間は、当たっていますか？</p> <p>○できた子が黒板前で解答をする。</p> | <p>C：はい、大丈夫です！</p> <p>C：量の大きさの関係が合わない</p> | |
| | 考え方を 広げる | <p>⑨ P93の表や計算過程を説明する。</p> <p>T：P93の表をもとに出した答えは、どのような考えになっているのでしょうか。</p> | <p>C：花畑の面積の1%分を求めて100を掛けている。</p> <p>C：花畑の面積の1%分は、全体の面積の1%分と等しいから、100%分を求めるためには100倍する必要がある。</p> | ★ 論理的思考力を育てるために、教科書に書かれている順に沿って説明させるようにする。 |
| 開 く | 練習 問題 | <p>⑩ 練習問題を解く。</p> <p>問題</p> <p>当たりくじの割合が15%のくじをつくっています。当たりくじを30本にすると、くじは全部で何本になるでしょうか。(評価場面)</p> <p>T：前の問題の表をつかった解き方でもできるかな？</p> <p>○早く終わった子は、表を活用した考えでもできるかやってみる。</p> <p>○代表で前に出て解き、説明する。</p> |  <p>C：30 ÷ 0.15 = 200</p> <p>C：□ × 0.15 = 30</p> <p>□ = 30 ÷ 0.15 = 200</p> <p>答え 200本</p> | ★ 問題解決のプロセスに沿って解かせる |
| | 30分 | <p>問題</p> <p>ある日の新幹線の3号車には、102人乗っていました。この乗客数は定員の120%に当たります。3号車の定員は何人でしょうか。</p> <p>○早く終わった子は、表を活用した考えでもできるかやってみる。</p> <p>○代表で前に出て解き、説明する。</p> |  <p>C：102 ÷ 1.2 = 85</p> <p>C：□ × 1.2 = 102</p> <p>□ = 102 ÷ 1.2 = 85</p> <p>答え 85人</p> | 【考】全体量と部分量の特徴を、割合を基に捉えている。 |
| まとめ | <p>まとめ</p> <p>もとにする量 × 割合 = くらべられる量だから、□ × 割合 = くらべられる量と表せます。だから、もとにする量 = くらべられる量 ÷ 割合で求めることができます。</p> | | | |
| 5分 | <p>⑪ 今日の学習を振り返る</p> | | | |

9 検証授業研究会

(1) 授業者の反省

- ア 前時の授業において、2割程度の子に絵図のかき方が定着していない様子が見られた。その原因として、問題が示す数値が基準量と比較量のどれにあたるのか判断ができていないことと、テープ図のどこに基準量と比較量を示せばよいのか曖昧になっていることが見て取れた。このことから、問題文のどの部分を根拠に判断すれば良いのかを全体で確認しながら習熟させる必要性を感じたため、当初の授業計画より大幅に時間を割くことになった。
- イ これまでの授業では、テープ図のモデルを基にして割合の関係を表してきた。しかし、本単元の学習で使える思考モデルはテープ図だけではなく、面積を求めるという問題文に照らして、集合の考えを表す絵図を活用して2量の関係を考えさせた。結果的に、その絵図に戸惑いを感じた児童もいたため指導方法に一貫性をもたせた方がよかったのか、と考えている。
- ウ 基準量と比較量の関係を、示された割合を基にその大きさを想像したりイメージしたりするために必要な能力が量感であり、これが曖昧だと適切に絵図に表したりイメージしたりすることが難しく、場合によっては正しい判断や答えに結びつかないこともある。このようなことから、絵図が不適切であったり、発問に対して曖昧な回答があったりしたことから、割合についての学習に習熟できていない子がいると感じた。

(2) 意見及び感想

- ア 机間指導の足跡を観察していくと、よく机間指導している児童とそうでない児童とに分けられる。学習面に課題があったり実態を捉えたりした上で回っているのだと理解できる。しかし、回っていない児童の実態はどうなのか、学習理解はできているのか等を踏まえて万遍なく机間指導をするのが望ましい。
- イ 基準量に対する比較量の大きさを割合が示す数値から捉えさせる場面で、これまではテープ図を基にイメージさせてきたのに、円（集合の考え）の板書を基にして子どもに考えさせたため戸惑った子がいたのではないか。子どもの中ではテープ図としてモデル化されているわけだから、一貫性をもたせた指導がよかったのではないか。
- ウ 学習内容が習熟できていない子について、どのように把握して個に応じた指導を行っているのか、小学校の授業の様子や個への配慮の仕方など教えてもらいたい。
- エ 学習内容を習得することができたのかどうかを確認するために、数値を変えた似たような問題をさせることによって子どもの習熟の程度が把握できる。その後、問題の構造が異なった新たな課題を与えて学習を深めさせるという進め方がよかったのではないか。

(3) 指導助言（宜野湾市立大謝名小学校 石坂 晃 校長）

- ア 思考を深めていくには子ども同士の発表や練り合いの場が重要になってくる。そして、その練り合いをさせるためには、算数学習で使う基本的な話型指導とその技能の定着が必要である。これは、日々の授業を通して根気よく育てていかなければならないものであり、急にできるようになるものでもない。子どもの説明に曖昧さがあったのは、このような知識・技能が十分育っていないためなので、思考力を育成するために必要な視点としての話型指導と、話す訓練を心がけた指導の充実を行ってほしい。
- イ 子どもの中に量感を育てたいのなら、その基準（指標）となるものを準備する必要がある。子どもに書かせる場合は、書かせる黒板の横に目盛りを書いてあげるとか、目盛りが入った発表ボードを与えてそれに書かせると分かりやすい。子どもにとっても扱いやすく、教師が評価する場合でも判断しやすいので有効に活用ができる。

VI 仮説の検証

問題解決の場面において、絵図を基に問題の構造を表現させ、更に8つの手順の問題解決過程をたどらせれば、思考（絵図）と式と答えを結びつけてその正当性を吟味することができることから、思考力・表現力を育み、問題解決力を高めさせることにつなげることができるであろう。

1 絵図を基に問題の構造を捉えさせる指導の有効性

(1) 倍の指導

割合の導入で初めに行ったのは、既習事項である「倍」の指導である。これまで算数の乗除に関する学習内容は、かけ算九九から始まってかけ算の筆算、そして、わり算の学習へと進んでいっている。しかし、割合の学習の導入部分では、シュートの成績とこみぐあいの割合を表すために言葉の式から公式が与えられてわり算を使って求めることになっている。そして、後に比較量を求めるためにかけ算を使って解くことになる。

即ち、ここでの学習の指導順序は、これまで児童が経験してきた学習順序と逆になっているということである。児童にとって「割合」という学習内容が理解しがたい内容であり、学習内容の習熟や定着がなかなか難しいと言われるのは、学ぶ順序の自然な流れがこの単元学習だけ一変するということにも原因があるのではないかと考える。そこで、教科書の指導順序が何故そうになっているのかということ、教材研究を通して自分なりに解釈し理解した上で、敢えて指導順序を変えて指導の効果を検証してみる。

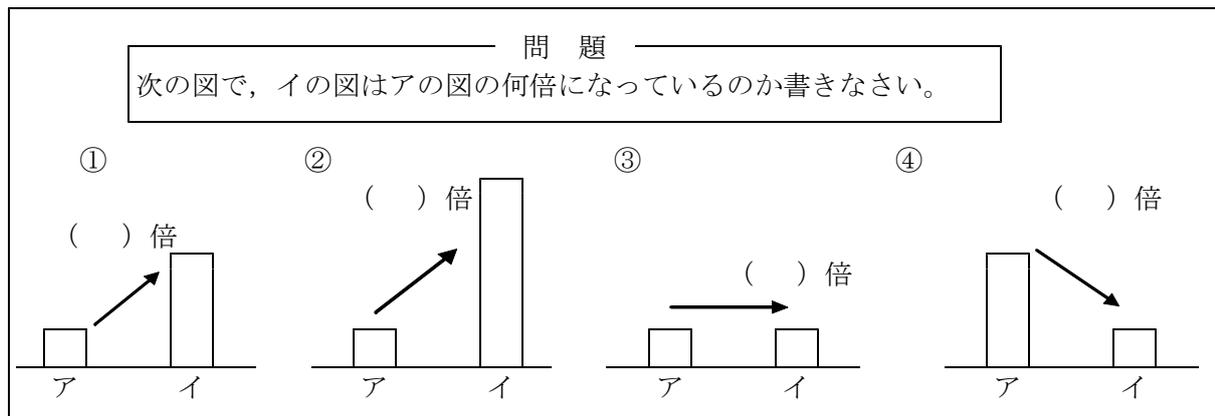


図1 問題と思考のモデル図

数字を与えずに、児童には方眼のマス目を利用してイがアの何倍かを問う。③までは、順調に答えられていた。これは、割合の意味やくらべ方を理解して答えていたのではなく、経験上とか観念的にといった曖昧な捉え方であったと考えられる。それを裏付けるのが、④の図への解答結果である。答えられなかったり、2倍だと言う子もかなりいて、分からないを合わせると9割の子が答えることができなかった。しかし、先行学習をしていると思える男児が、0.5倍だと言い、問題文の「イの図は、アの図の何倍か」という問いに着目して説明をしたが、その説明が理解できた子は1人であった。この段階で、割合を表す場合の2量の関係、もとにする量とくらべられる量の関係が分かっていないということがはっきりした。説明した男児も十分わかっているわけではなく、先行学習上の公式に当てはめて答えたのではないかと考えられる。多くの児童は、「なぜ0.5なのか、この0.5の出所がどこなのか」に疑問をもっていたことがわかったため、男児に0.5の出所を説明させた。すると、男児は「 $2 \div 4 = 0.5$ 」であることを説明し、0.5が割合を指す倍に当たることを述べたところで教師が総括した。そして、この考え方がいつでも使えるのかどうかを問い、全体で確認するようにした。

(2) 既習事項を活用する問題

問題1

ペンキやさんが、へいのペンキぬりをしています。へいの面積は 24 m^2 です。ペンキやさんが、「まだ、全体の 0.25 倍しかペンキをぬっていないなあ」と言いました。ペンキやさんは、へいを何 m^2 ぬったのでしょうか。絵図もかいて考えなさい。

ほとんどの子が絵図をかき、立式と計算ができていた。2, 3人は、へいの面積がもとにする量なのか、くらべられる量なのか戸惑っていたが割合の 0.25 倍に着目させることによって、 24 m^2 が全体量(もとにする量)であり、 0.25 倍しかぬっていないへいが比較量(くらべられる量)であることの判断ができていた。また、机間指導をしながら、児童が書いた絵図の的確性を評価した。見て回りながら、「おお～！、書けているね～、でもこれでは90点、君は40点、100点」と周りに聞こえるように言いながら回った。その意図は、書いている絵図と与えられている情報(数値)との整合性や妥当性を吟味できる能力を身につけさせたいからである。なぜならば、この能力が身につけているのと身につけていないのでは、解決の見通しを立てる・もつ、出した式と答えの整合性や妥当性を確かめて正答だと判断できる、といった活動に大きな影響を及ぼすからである。これは、割合の意味理解をさせる上で育てなければならない重要な表現力だと考えるため重視する指導を行った。そして、児童を代表して男児が黒板に絵図をかき、女児が式と答えを書いた。男児の絵図は、全体のへいの面積に対して、塗り終わっている面積を表現したテープ図の高さが明らかに違っていた。その他の児童もほぼ書けていた。しかし、100点をつけることができたのは、数名であった。この段階で、多くの児童は、基準量と割合と比較量の相互関係の理解が十分できていない、または、十分意識して絵図をかいていないということが分かった。

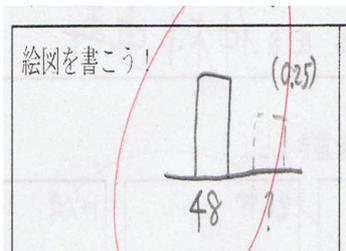


図2 児童の書いた絵図

T: この絵図は、割合が分かっている人なら支障がない絵図で当たっています。でも、割合の学習が完璧に分かっていない現段階の絵図としては、30点です!

T: さて、この絵図で点数が70点不足している所はどこですか。

C: くらべられる量の高さがおかしいです。

T: 24 m^2 のテープ図の高さを「1倍」と見るならば、くらべられる量の高さは、その 0.25 倍だよ。

T: 24 m^2 のテープ図を1倍とするなら、その半分はいくらかな。

C: 0.5 倍です。

T: それなら、 0.25 倍の高さということは、どうなるの。

C: 0.5 倍の半分、そうかー。

(多くの子が自分の絵図の修正をやり始めた。)

このように、子どもが問題解決をしていく際に必要なのは、出会った問題をどのようにとらえて、どう解くのかという解決の見通しをもつことである。それには、問題の構造を把握する手がかりとなるイメージ力やそれを絵図として表現できる技能が重要になる。児童に絵図を考えさせたり、教師がモデル図として与えて真似させたりすることが重要である。また、十分でないモデル図を意図的に与えて創意工夫させるなどの工夫も必要である。

(3) 問題把握と絵図

これまでのような方法で「倍」という割合の見方・考え方、そして割合の意味を教えた後、絵図のかき方や見方・考え方を指導していった。そして、教科書を使って (基にする量) × (割合) = くらべられる量となることを全体で確認し、次のシュートの成績やこみぐあいを表す割合の指導へと進めた。下の図は、児童の解答の様子である。全体を表す言葉や数値が基にする量であり、それを基にして比較されているのがくらべられる量であることを確認した。教科書では、全体量を分母部分量を分子とし、 $\Delta/\bigcirc = \Delta \div \bigcirc$ という既習事項を活用して立式へとつなげている。この考え方ができることを全体で確認した後、(もとにする量) × (割合) = くらべられる量で求めた学習経験と既習事項を結びつけさせて、(もとにする量) × $\square =$ くらべられる量だから $\square =$ くらべられる量 ÷ もとにする量 という式変形で求めることができることを指導した。

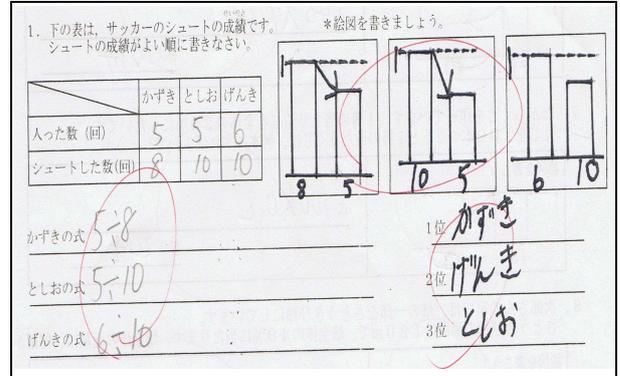


図1 児童の解答と絵図

2 宿題として与えた課題結果と絵図の有効性

(1) くらべられる量を求める問題

割合の学習が児童にとって分かりやすいと実感をもたせるために、復習を兼ねて「倍」から扱うようにした。そして、(基にする量) × (割合) = (くらべられる量) で求めることができることを確認した。下の図は、前の項で述べたような不適切な図を書いていた児童の宿題の解答である。計算ミスによる誤答ではあるが、基準量と比較量の関係を割合から捉えきれている。

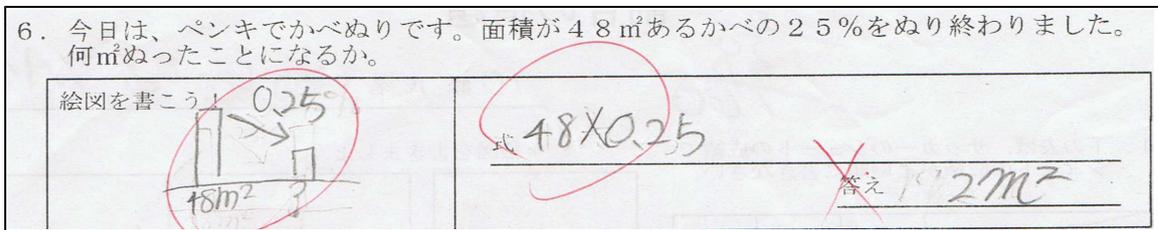


図2 児童の宿題の解答と絵図

(2) 割合を求める問題

(割合) = (くらべられる量) ÷ (もとにする量) で求めることができるわけについて、既習事項を基にした式変形によって捉えさせた。その方がこれから習得していく割合の学習内容との関連的な結びつきが強く、算数・数学的に考えても自然で受け入れやすいと考えたからである。下の図は、全体量と部分量の関係にない2つの量の割合を求める問題である。自分なりに思考を整理し、何を基準量として見ればよいのかはっきりさせるために波線によって2量の関係を表し、基準量を1と見たときに比較されているものがその何倍と見るべきか、ということを見事に表している図だと言える。

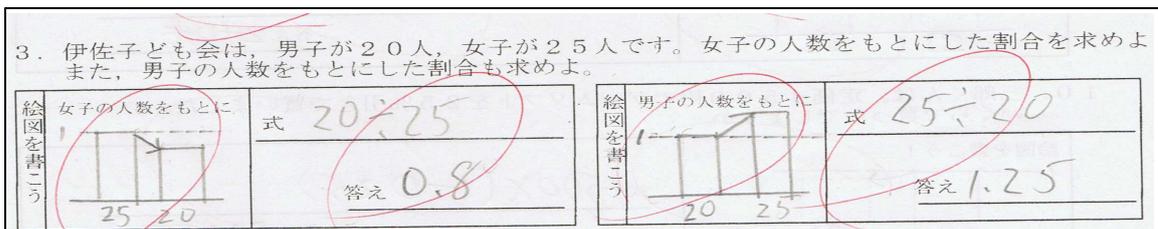


図3 児童の宿題の解答と絵図

2 問題解決過程の8つの手順の有効性

以下に示す表とグラフは、本研究で用いているテープ図を活用して指導した検証学級と他の学級、そして、かけわり図を使用して指導した学習集団に対して同じ時期に与えた課題の正答状況と誤答状況の割合を表したものである。また、図には、表から得られた結果をグラフ化し簡単な考察を加えている。尚、テープ図を使っている他の学級では、問題解決過程の8つの手順を意識した授業は行われていない。

表1 絵図の種類による正誤状況と調査結果

テープ図使用：検証学級以外40人
 検証学級=33人
 計73人
 かけわり図使用=70人
 合計143人

| 問題番号 | 検証学級以外の割合と検証学級の割合 | 調査内容と用いた絵図 | | 絵図が適切である。正答である。 | | 絵図を書かない。正答である。 | | 絵図が不適切である。正答である。 | | 絵図は適切である。誤答である。 | | 絵図も不適切である。誤答である。 | |
|------|-------------------|------------|-------|-----------------|-------|----------------|-------|------------------|-------|-----------------|-------|------------------|-------|
| | | テープ図 | かけわり図 | テープ図 | かけわり図 | テープ図 | かけわり図 | テープ図 | かけわり図 | テープ図 | かけわり図 | テープ図 | かけわり図 |
| 1 | 検証学級以外の割合 (%) | 70 | 42 | 2 | 21 | 0 | 11 | 18 | 10 | 10 | 16 | | |
| | 検証学級の割合 (%) | 70 | / | 3 | / | 6 | / | 18 | / | 3 | / | | |
| 2 | 検証学級以外の割合 (%) | 77 | 63 | 10 | 20 | 0 | 6 | 13 | 11 | 0 | 0 | | |
| | 検証学級の割合 (%) | 85 | / | 0 | / | 0 | / | 12 | / | 3 | / | | |
| 3 | 検証学級以外の割合 (%) | 85 | 64 | 2 | 16 | 0 | 14 | 13 | 6 | 0 | 0 | | |
| | 検証学級の割合 (%) | 88 | / | 0 | / | 0 | / | 6 | / | 6 | / | | |
| 4 | 検証学級以外の割合 (%) | 42 | 40 | 0 | 7 | 5 | 47 | 13 | 6 | 40 | 0 | | |
| | 検証学級の割合 (%) | 61 | / | 0 | / | 3 | / | 27 | / | 9 | / | | |
| 5 | 検証学級以外の割合 (%) | 50 | 54 | 0 | 13 | 17 | 20 | 13 | 10 | 20 | 3 | | |
| | 検証学級の割合 (%) | 64 | / | 0 | / | 3 | / | 18 | / | 15 | / | | |
| 6 | 検証学級以外の割合 (%) | 28 | 26 | 0 | 20 | 2 | 20 | 48 | 34 | 22 | 0 | | |
| | 検証学級の割合 (%) | 52 | / | 0 | / | 0 | / | 45 | / | 3 | / | | |
| 7 | 検証学級以外の割合 (%) | 20 | 23 | 0 | 9 | 0 | 44 | 18 | 23 | 62 | 1 | | |
| | 検証学級の割合 (%) | 46 | / | 0 | / | 0 | / | 15 | / | 39 | / | | |

問題 1 伊佐子ども会は、男子が20人、女子が25人です。
 女子の人数をもとにした割合を求めよ。
 また、男子の人数をもとにした割合も求めよ。

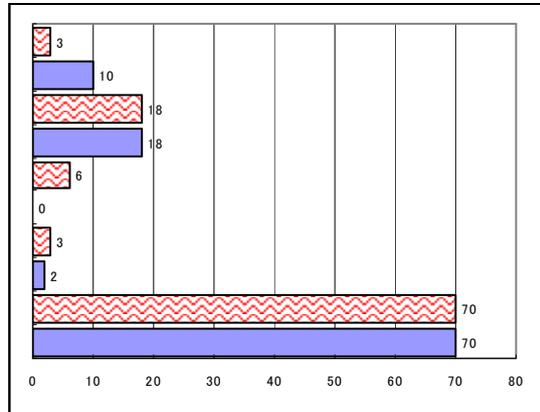


検証学級



他学級

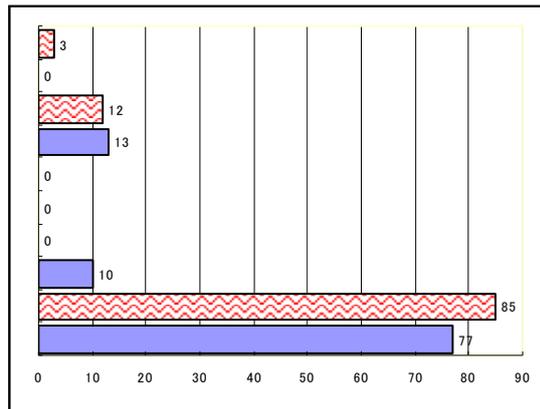
絵図が不適切であり、式も答えも誤答である。
 絵図は適切であるが、式や答えが誤答である。
 絵図が不適切であるが、式と答えが正答である。
 絵図を書かないで式と答えが正答である。
 絵図が適切であり式と答えが正答である。



絵図が適切に書けて正答している子が70%である。この問題の正答率は他のいずれの学級も上回っている。次に、絵図が不適切で式も誤答しているのは、3%であり他の学級よりも低い。図が適切であるが誤答率が高かった子も多くは、計算ミスが多く一部に立式のミスも見られた。

問題 2 今日は、ペンキでかべぬりです。面積が48㎡あるかべの25%をぬり終わりました。
 何㎡ぬったことになるか。

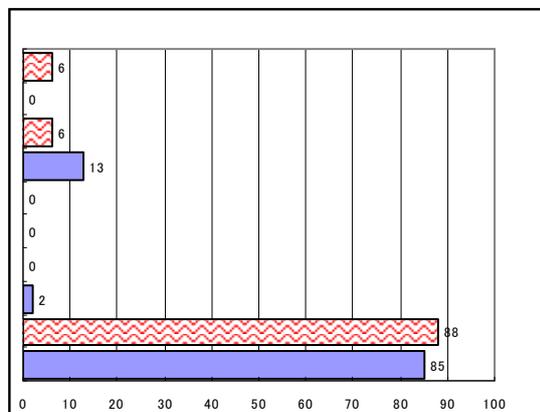
絵図が不適切であり、式も答えも誤答である。
 絵図は適切であるが、式や答えが誤答である。
 絵図が不適切であるが、式と答えが正答である。
 絵図を書かないで式と答えが正答である。
 絵図が適切であり式と答えが正答である。



絵図が適切に書けて正答している子が85%である。この正答率は他のいずれの学級も上回っている。しかし、12%の子は、絵図と式が適切に書けているにも関わらず計算ミスによる誤答である。3%は、学習内容の未理解による誤答であった。

問題 3 たからくじを作っています。1等の当たりくじを全体の20%にしたいです。くじを100本つくと1等の当たりくじは、何本にすればよいでしょうか。

絵図が不適切であり、式も答えも誤答である。
 絵図は適切であるが、式や答えが誤答である。
 絵図が不適切であるが、式と答えが正答である。
 絵図を書かないで式と答えが正答である。
 絵図が適切であり式と答えが正答である。



絵図が適切に書けて正答している子が、88%である。この正答率は他のいずれの学級も上回っている。しかし、誤答者の12%の内、半数は計算ミスであり、残りは未理解による誤答である。四則計算の技能や式を読み取る技能に課題が見えてきている。

図1 検証学級と他学級の正誤差

問題 4 次郎さんの家では、畑の一部をさとうきび畑にしています。さとうきび畑の面積は120㎡で、畑全体の40%に当たります。畑全体の面積は、何㎡か。

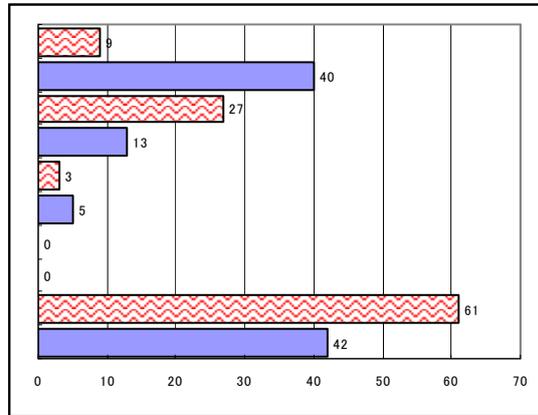


検証学級



他学級

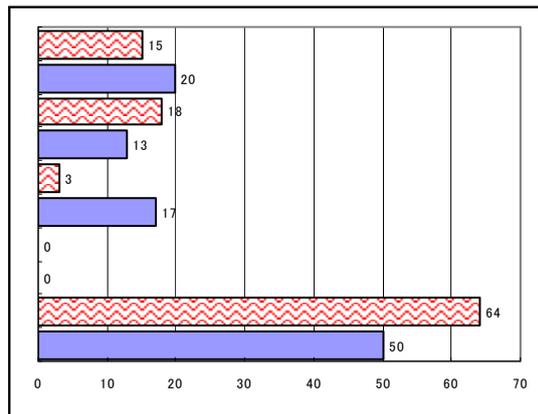
絵図が不適切であり、式も答えも誤答である。
 絵図は適切であるが、式や答えが誤答である。
 絵図が不適切であるが、式と答えが正答である。
 絵図を書かないで式と答えが正答である。
 絵図が適切であり式と答えが正答である。



絵図が適切に書いて正答している子が、61%である。この正答率は他のいづれの学級も上回っている。ところが、絵図が適切に書いているにも関わらず、ほとんどの子が絵図から立式へつなぐ段階で間違っていた。このことから、問題の構造を読み取る力が十分身につけさせていないということが分かった。

問題 5 当たりくじの割合が25%のくじを作っています。当たりくじを60本にすると、くじ全部の数は何本になるでしょうか。

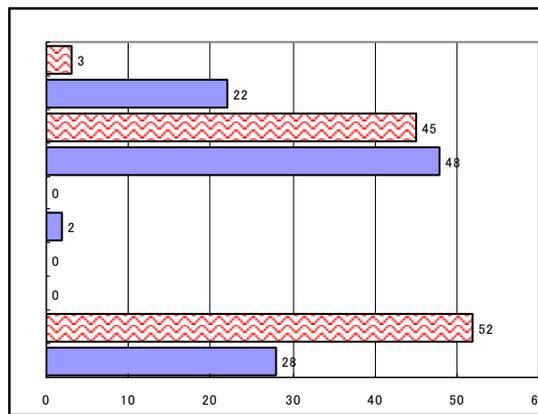
絵図が不適切であり、式も答えも誤答である。
 絵図は適切であるが、式や答えが誤答である。
 絵図が不適切であるが、式と答えが正答である。
 絵図を書かないで式と答えが正答である。
 絵図が適切であり式と答えが正答である。



絵図が適切に書いて正答している子が、61%である。この正答率は他のいづれの学級も上回っている。18%の子は絵図が適切に書けているが、基準量と比較量の判別ができているがために式が間違っている。残り15%は、絵図が曖昧であるが故に立式へとつながっていないものと考えられる。

問題 6 三郎くんは、定価4500円のゲームソフトを25%引きで買いました。いくらで買ったでしょうか。

絵図が不適切であり、式も答えも誤答である。
 絵図は適切であるが、式や答えが誤答である。
 絵図が不適切であるが、式と答えが正答である。
 絵図を書かないで式と答えが正答である。
 絵図が適切であり式と答えが正答である。



課題の中で誤答率が高かった問題であるが、絵図が適切に書いて正答している割合は52%で他の学級よりも高い。しかし、全体の正答率はかけわり図を使った学級が66%の正答率で成績が良い。割引くという意味理解と、これを表すイメージ図がつかれなかったことが問題の構造を読み取り、立式へとつながらなかったのではないかと考える。

図2 検証学級と他学級の正誤差

問題 7 商品を買うと、売り値の8%の消費税がとられます。2500円の商品を買うと、代金はいくらはらえばよいか。



検証学級



他学級

絵図が不適切であり、式も答えも誤答である。
 絵図は適切であるが、式や答えが誤答である。
 絵図が不適切であるが、式と答えが正答である。
 絵図を書かないで式と答えが正答である。
 絵図が適切であり式と答えが正答である。

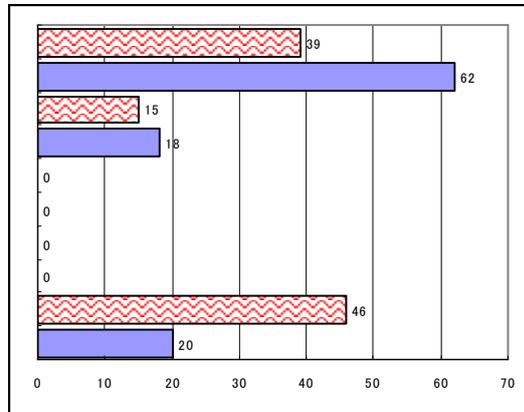


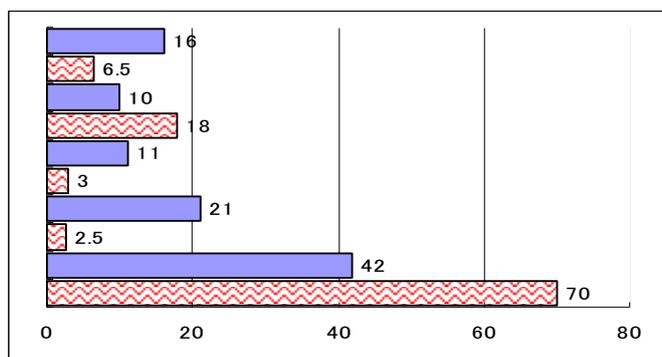
図2 検証学級と他学級の正誤差

絵図が適切に書けて正答している子が46%である。正答率は他のいずれの学級も上回っている。他の学級全体では、29%でかなり正答率が低い。かけわり図を使った学級は、絵図の適正差に関わらなければ、正答率76%と高正答率である。この課題も前の課題同様、イメージ図がつかれなかったことで問題の構造を読み取り、立式へとながらなかつたのではないかと考える。

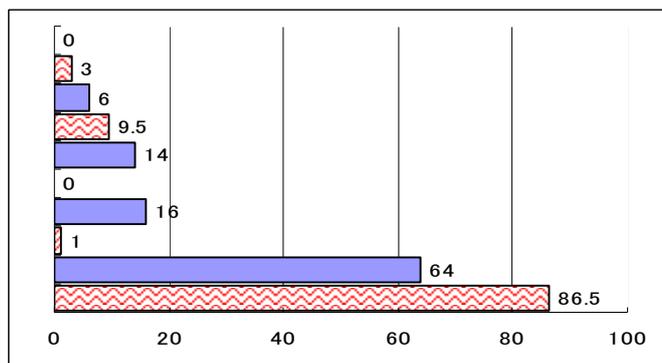
3 異種の絵図から比較する思考への有効性

下の図は、テープ図とかけわり図を使用して学習を行った集団の正答、誤答の比較を正答率の高い問題で示したものである。上の図が問題1番、下が問題3番にあたる。この結果から、テープ図を使った集団は、問題を捉えた上で絵図化しているため学習理解の程度に課題はあるが、ある程度評価できるのではないかと考える。一方、かけわり図を使った集団は、全体的に正答率は高くなっているが絵図が書けていないことや絵図が不適切なことから考えると、問題の構造を捉え、割合の意味を理解した上で正答しているのかどうかについて疑問を感じる結果になっている。

絵図が不適切であり、式も答えも誤答である。
 絵図は適切であるが、式や答えが誤答である。
 絵図が不適切であるが、式と答えが正答である。
 絵図を書かないで式と答えが正答である。
 絵図が適切であり式と答えが正答である。



絵図が不適切であり、式も答えも誤答である。
 絵図は適切であるが、式や答えが誤答である。
 絵図が不適切であるが、式と答えが正答である。
 絵図を書かないで式と答えが正答である。
 絵図が適切であり式と答えが正答である。



テープ図

かけわり図

図3 絵図の種類別に対する正誤比較

VII 研究の成果と課題

1 研究の成果

- (1) 検証学級と他の学級の正答率を比較したとき、同じテープ図を使って指導したとしても絵図と思考の対応を意識した教師の働きかけがなければ、思考モデルの最大限な効果は得られないという結果が明らかになった。これは、問題解決を行っていく際には、研究仮説に設定した「問題解決過程の8つの手順」が有効に働いたことが示されたといえる。
- (2) 事後のアンケート結果から、今回使用したテープ図が「とても役立った」と回答した子が60%、「役だった」と回答した子が40%であった。これは、今回使用したテープ図が子どもの思考を助け、問題解決を働きかけるために有効な絵図であったといえる。
- (3) 検証授業について事後のアンケート結果から、「とても分かりやすかった」と回答した子が47%、「まあまあ分かりやすかった」と回答した子が50%、「あまり分からなかった」と回答した子が3%であった。この結果から、問題解決を行う際には思考モデルを使って考えることの有用性と、研究仮説に設定した問題解決過程の8つの手順を踏まえた授業づくりをすることによって、分かる授業づくりにつながるということが明らかになった。

2 今後の課題

- (1) 問題解決の是非には、思考モデルが重要な役割を持つことは示された。しかし、思考力・表現力を育み問題解決力を高めさせるためには、思考モデルを持たせるだけでは十分でない。文章や式や言葉といったツールを適時使いこなしながら、自分が伝えたいことを簡潔・明瞭に発信したり、聞いたりすることができることで思考力は強化され、問題解決力が高まっていくと考える。
したがって、算数学習における豊かな表現力を身につけさせることも今後の課題として受け止める。
- (2) 思考モデルが問題解決に有効な働きをするのは、学習の知識・技能や経験が豊富であり、学習の理解の程度が比較的高い子ほど有効に働くという事実が形成問題の評価から示されたと考える。
したがって、学習を進めていく過程では、習熟の程度を的確に把握し、個に応じる指導や支援をするための丁寧な授業が求められると感じた。そのためには、それぞれの実態に応じた思考モデルの提示を工夫する必要がある。また、算数指導だけでなく、他の教科やあらゆる機会を通して思考モデルをつくり、表現させるための工夫や授業改善が必要だと考える。
- (3) 算数学習において思考力を育む、問題解決力を育むといった学力は、与えた問題が解ければ育まれていると評価できるものではない。テープ図やかけわり図といった思考を式へとつなぐための有効なツールは確かにある。しかし、これを安易に「できるための手立て」として与えるようなことになれば、真の意味の思考力は育まれないということが本研究の結果から推察できると考える。
したがって、今一度、思考力と表現力を育み問題解決力を高めるとはどのようなことなのかについて、理論研究と追試を行いながら検証していく必要があると感じている。

3 おわりに

本研究を通して、問題解決のために適切な思考モデルを児童自らつくり出すということが如何に至難の技であるのかを実感した。算数科の問題解決における思考モデルの有用性や必要性は、これまでの実践の中で常に痛切に実感し、どのように指導したり育てたりしたらよいのか課題意識を持っていた。そこで、本研究における理論研究の中で多くの先人の文献や実践記録に触れることにより、目の前の霧が明け、光が見えてきた思いがする。これも一重に研究の機会を頂き、多くの方々に支えられながら研究を進めることができたことのお陰です。

結びに、本研究でとりわけお世話になった宜野湾市教育研究所所長の知念春美所長、並びに研修係長の知念克治指導主事、そして、テーマ検討から検証授業までの間、指導助言を頂いた宜野湾市立大謝名小学校校長の石坂晃校長に厚く御礼申し上げます。

<主な参考文献>

| | | | |
|---------|--------------------|-------|-------|
| 片桐重男・著 | 『数学的な考え方の具体化と指導』 | 明示図書 | 2007年 |
| 小島 宏・著 | 『算数科の思考力・表現力・活用力』 | 文溪堂 | 2008年 |
| 能田伸彦・他著 | 『創造的思考力を育てる算数教育とは』 | 東洋館出版 | 1992年 |

