

分数概念の正しい形成をはかる授業の実践的研究
— 4年の分数指導を通して —

目 次

I	テーマ設定の理由	85
II	研究の仮説	85
III	研究の内容	86
1	分数意味の指導内容の変遷	86
2	子どもの分数認識について	90
IV	授業実践	94
1	単元名	94
2	単元について	94
3	児童の実態	94
4	単元の目標	95
5	指導の概観	95
6	実施月日	95
7	実施学級	95
8	指導計画	96
9	授業展開（検証授業）	100
10	授業における子どもの分数認識	102
V	仮説の検証	104
VI	研究の成果と今後の課題	104

宜野湾市立大山小学校

和泉康彦

分数概念の正しい形成をはかる授業の実践的研究

— 4年の分数指導を通して —

宜野湾市立大山小学校 教諭 和 泉 康 彦

I テーマ設定の理由

現行の指導要領の大きな柱の一つは「基礎・基本の重視と個性教育の推進」である。「個性教育」は「基礎・基本」の土台の上に推進されるべきであると考えている。しかし「基礎・基本」の内容が精選されなければ、「基礎・基本」をすべての子どもに保障することは困難である。土台が形成されなければ「個性教育」も十分推進できない。つまり「基礎・基本の精選」が重要な課題となる。

本校の3番目の重点目標である「(3)学習意欲を高め学力の向上に努める」に「①基礎的・基本的事項の精選と重点化を図る」という努力目標を設定してあるのもそのような趣旨であると考えている。

では分数の基礎・基本とはどのようなものであろうか。分数の意味、計算、用語等があげられる。この中でも重要なものは意味であることに異存はないであろう。ところが指導すべき分数の意味は学制施行以来大きく変遷している。もっとも重要といえる分数の意味指導が揺れ動いていたのである。このように揺れ動いた原因は「分数の意味が分からない」という子どもの実態に対応しようとしたからだと思われる。では現在の子どもたちは、「基礎・基本」である分数の意味を正しく理解しているのだろうか。昭和47年(1972)以来、数学教育や日本教育心理の学会等ではこのような分数の意味理解の難しさについて何度となく取り上げられている。しかし問題の指摘は繰り返されるが、授業実践のなかで改善されたという報告は見当たらない。分数の意味をどのように指導すべきであるかは、未だ解決したとは判断できないのが現状であるといえる。

本テーマはこのような現状をふまえて、どのような意味を指導すべきかを研究し、それを授業実践の中で検証することを目指して設定したものである。

II 研究の仮説

過去に指導された分数の意味の内容や、子どもの分数認識について研究することで、これまでの指導の到達点や課題が明らかになり、よりよい指導計画をたてることができるであろう。また、その指導計画にそって授業実践するならば、これまでの分数指導の課題を克服できるであろう。

Ⅲ 研究の内容

1 分数指導の変遷についての研究

(1) はじめに

分数教材の難しさの本質は計算の難しさよりむしろ意味理解の難しさである。子どもたちにとって「どのように分数は理解されているのであろうか」ということと同時に、教師は「どのように分数を理解し、指導しているのであろうか」という問いにたやすく答えることができないことが難しさの原因の一つに思われる。この章では学校教育で「どのように分数を理解し、指導しようとしてきたのであろうか」を明らかにしたい。

(2) 前史

日本に分数が輸入されたのは奈良時代といわれている。しかし大矢氏(1957)が指摘しているように一般的には「分割して集める操作」や「全体を分割した大きさの割合」を表していた。

したがって分数の計算が一般的に行なわれるのは明治時代からといえる。

(3) 検定教科書時代 1872(明治5年)～1904(明治37年) ※検定教科書制度は明治19年以後。

教科書大系(講談社刊)に収録されている26冊の教科書を分析した。その内の12冊に分数の記述が24箇所あった。その分数の意味を10種類に分類した。

[表1：検定教科書時代に指導された分数の意味]

分数の意味	重要な用語(キーワード)
ア, 1個を等分割・合併した大きさをあらわす。	1個
イ, 単位を等分割・合併した大きさをあらわす	単位
ウ, 全体を等分割・合併した大きさをあらわす	全体
エ, 1を等分割・合併した大きさをあらわす	1
オ, 合わせたら1になる数を集めた大きさをあらわす	合わせたら1
カ, 合わせたら幾つかになる数をあらわす	合わせたら幾つ
キ, 等分割と合併の操作をあらわす	等分・合併
ク, 除数とあまりをあらわす。	あまり
ケ, 除数と被除数をあらわす。商をあらわす。	商
コ, 2つの量をあらわす	2つの量
サ, 意味についての記述が無いもの。	無い

これをさらに5つに分類した。

[表2：分数の意味のおおまかな分類]

A 量や数の大きさをあらわす分数(ア、イ、ウ、エ、オ、カ)
B 操作をあらわす分数(キ)
C 除法の答えをあらわす分数(ク、ケ)※
D 2つの量をあらわす分数(コ)
E 意味が不明な分数(サ)

これらの意味を一つだけ扱う教科書もあれば、いくつかの意味を扱う教科書もある。それを一覧表にしたのが次の表である。なお、表のなかの番号（例えば①など）は指導する順番を示している。①と書いている意味が最初に登場する分数の意味というわけである。

[表3：分数意味と指導順序1] 検定教科書時代

発行年	大分類 キーワード(重要な用語。表1 の中で太字で示している)	大 小 大 小				操作 等分・ 合併	除 法 あまり 商	比 2つ の量	他 なし	編 者 名 著 者 名
		1個単位全体	1	合わせて	1					
1869(M2)	筆算蒙訓 巻の二									塚本明毅著
1872(M5)	洋算早学 巻一									
1873(M6)	洋算例題巻五上									① 佐々木綱親編
1873(M6)	明治小学塵劫記上									③ ② ① 福田理軒著
1876(M9)	小学算術書五	①								② 師範学校編集
1880(M13)	数学三千題									③ ② ① 尾関正求著
1882(M15)	小学算術書		①							③ ② 小山健三編
1888(M21)	理論及び応用算術中等教科書	①								③ ② 長沢亀之助著
1893(M26)	尋常小学算術教科書三									① 竹貫登代多著
1894(M27)	高等小学算術教科書一	③	②							(上の続編)
1899(M32)	算術教科書(上)		③							② ① 林鶴一編
1901(M34)	算術高等科巻二	①	②							③ 学海指針社編

考察 操作をあらわす分数はほとんどの教科書が採用している。しかし導入時に用いているのは1894(M26)の尋常小学算術教科書三のみである。

(4) 黒表紙教科書時代 1905(明治38年)～1936(昭和11年)
新しい分数意味は登場しない。

[表4：分数意味と指導順序2] 黒表紙教科書時代

発行年	大分類名 キーワード	大 小 大 小				操作 等分・ 合併	除 法 あまり 商	比 2つ の量	他 なし	
		1個単位全体	1	合わせて	1					幾つ
1905(M38)	第1期 ※学制が異なるので高等2年を6年にする。		②							① 4年
1910(M43)	第2期		②							① 4年
1917(T7)	第3期	②	③							① 4年 ④ 6年
1924(T14)	第3期改		②							① 4年 ③ 6年

※指導学年を①、②などの番号下に明示しています。

考察 分数の書き方を操作をあらわす分数によって導入している。小数の指導のために指導したもので、正式に単元を設けて指導するのは6年からである。

(5)、(6)緑表紙教科書ならびに青表紙教科書時代1935(昭和10年)～1940(昭和15年)～1945(昭和20年)

青表紙教科書の内容は、緑表紙と同一であるので一括してここで扱う。

緑表紙を編集した塩野直道は、黒表紙教科書で扱っている〈操作をあらわす分数〉は分数を「一つの処理の如く考え」ているので「分数の真の意味が理解せらず」「適用が十分図られない」と批判した。

分数概念を導入するにあたっての彼の考えは、(分数の萌芽として1年で)「一個の物の分割から導入」して、(正式の導入を)「一つを幾つかに等分した数、又はその等分したものを幾つか寄せた数」ですることであった。そのことによって「数1を更に分割したものであることを理解できると考えた。つまり導入では等分割する対象が「一つ」であり、その後に「数1」を等分割することになるわけである。

彼の用いた「一つを幾つかに等分した数、又はその等分したものを幾つか寄せた数」は、「1個」や「1」、あるいは「単位」を等分割することと異なった使い方をしていると判断できる。そこで新しい分数の意味と判断して表に付け加えることにする。

[表5：緑表紙教科書から登場した新しい分数の意味]

シ、等分すること	等分
ス、1つを等分割・合併した大きさをあらわす	1つ

[表6：分数意味と指導順序その3] 緑表紙ならびに青表紙教科書時代

大 分 類 名	大 き さ				操 作		除 法	比	他
キーワード	1 個	単 位	全 体	1 っ 1	合 っ せ て	等 分 ・ 等 分 の み	あ ま り 商	2 っ の 量	な し
	を 等 分 割 し た 量				1	幾 っ 合 併			
1935(S10)緑表紙教科書 (塩野氏の主張)			② 3 年	① 3 年		④ 5 年	①	③ 4 年	

考察 前の時代の教科書では最初に指導された〈操作をあらわす分数〉は、いちばん最後に指導されることになった。また「1個の等分」「一つの等分」「数1の等分」が意識して使い分けされている。ただ教科書の記述は「数1の等分」⇒「一つの等分」の順序となっているようである。

(7)～(12) 戦後の指導要領時代 1947(昭22)年～1989(平元)年

1947(昭22)年版指導要領(試案)以降の教科書については資料に十分あたれなかった。そこで指導要領の記述に基づいて分析した。戦後の指導要領は6回にわたって改訂された。それぞれにつ

いて分数の意味指導は変遷してきた。本稿では紙面の都合上、指導要領の時代はまとめて記載することにする。

戦後、新しく分数意味として分類できるものは次の通りである。

[表7：指導要領に登場した新しい分数の意味]

セ,等分してできる(部分)の大きさをあらかわす	?
ソ,2つや4つのグループに等分して、そのグループの大きさをあらかわす。	1グループ
タ,端数部分をあらかわす	端数
テ,その他(※)	など
ト,割合をあらかわす(一方の数量を1としたとき他方はいくつにあたるかあらかわす)	1とみる

(※) 1958年版の指導要領から分数の意味内容をあらかわした文面に「～など」と表現されるようになった。例えば「等分してできる大きさまたは端数部分などをあらかわすのに、分数および小数を用いることを知る(1958年版)」この文面の中にある「など」が何を示すか不明であるので、その他として分類した。

[表8：分数意味と指導順序4] 指導要領時代 ①は分数表記を導入する前の指導

分類	大 き さ						操 作		除 法	比	割合	不 明	
	1組	1個	単位	全体	1つ	1 ?	合	等	等	あ	2		1
キーワード							合	等	等	あ	2	1	
	を等分割する。						1	幾	端	合	み	の	と
							1	幾	端	合	み	の	と
1947 昭和22											②	③	①
											4年	6年	
1951 昭和26	②				②				①				③
	3年				3年				2年				5年
1958 昭和33	①※	①※			①※	②	①		①		③		①
	2年	2年			2年	4年	3年		①		5年		3年
									2年				2年
1968 昭和43						①		①			③	※	
						3年		①			5年	6年	
								①					①
								3年					2年
1978 昭和53					②	①		①	①	①※	③		②
					?年	3年		3年	3年	3年	5年		4年
1989 (平成元)					②	①		①	①		③		②
					4年	3年		3年	3年		5年		4年

※印は、明記されていないが指導要領や指導書の表現からそのように推測できるものである。

考察 割合としての分数が登場してきた。1951(昭和26)の指導要領からである。もっともこれは比の値のことであるといえなくもないが、比を指導するずっと前であるから比の値とするのもおかしいので別の項目にした。端数部分をあらかわす分数も登場した。

2 子どもの分数認識の研究

(1) 子どもの分数認識に関する先行研究について

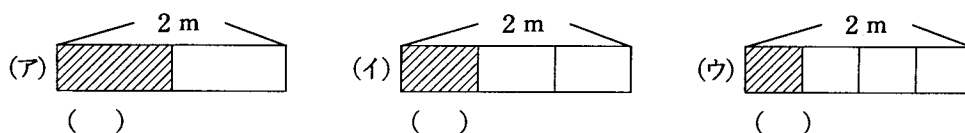
学力調査は、計算力に関する調査と理解に関する調査に分けることができる。計算力に関する調査の代表的な例は1951(昭26)年の久保氏の調査や1953(昭28)年の日教組の調査である。これらの調査によって分数の計算力が戦前より2年低下しているという報告がなされた。この報告の結果分数のカリキュラムが論議のまとなり、ついに1958年の指導要領で大きな改革がなされることになった。

一方、理解に関する調査は日教組の学力実態調査(1976)等がある。このなかでとくに注目されたのは「2 mのテープを4等分あるいは3等分または2等分した図をみせ、それぞれのひとつ分の長さを分数で表現させる」問題である。この問題によって子どもの分数認識に大きな欠落があることが明らかになった。

この問題を最初に指摘したのは新居(1971)氏であった。彼が指摘した図の表現は次のようなものであった。

【図1】 (科学教育研究No.5 P194より引用)

〔質問〕 下の図のように2 mのテープが3本あります。それぞれのテープの斜線の部分の長さを「分数」で教えてください。



この問題は様々な学会で興味をひき、様々な型式で調査、出題された。その結果はいずれも分数認識の欠落を肯定するものであった。例えば教育心理学会(1975)ではパネラーの八島氏より「2 lの液量を6等分した図をみて分数であらわす」問題の正答率が9%(4年)というデータが提出された。同学会ではその後、安田氏(1981)、松浦氏(1983)、波多野・須賀両氏(1984)小野田・麻柄両氏(1985)、吉田氏(1985)等が報告している。日本数学教育学会でも能田氏(1979)は「いくつかの図から $2/3$ mを説明している図を選択させる」問題の正答率が3~11%(対象、3~6年)になったことを報告した。岩崎・橋本両氏(1990)は、この問題を授業のなかで扱い、分析を行なった。岡森氏他(1982)は「2 m長さの図を見せて、 $1/2$ mはどれだけか書かせる」問題の正答率が3~24%(対象、3~5年)であることを報告した。この他にも数多くの調査が行なわれているが、いずれも正答率がきわめて悪いこと(ほとんどが10%前後)、誤答が同じ型であること(全体を1とみて間違える)で一致している。

本章では、これらの先行研究をふまえて分数認識の欠落の原因を構造的に明らかにするために行なった調査結果について報告する。

(2) 分数認識を明らかにする調査研究

① 調査問題の作成

先行研究を参考にして調査問題を作成する観点をきめた。

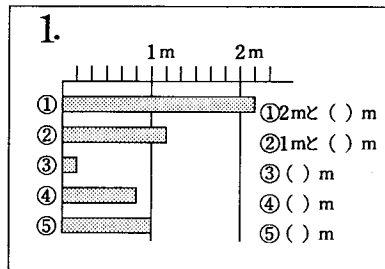
観点(1)は量の種類や大きさなど量そのものについての分類、観点(2)は問題の提示方法の分類、観点(3)は回答方法の分類である。

[表9：調査問題作成の観点]

観点(1) (量)			観 点 (2) (表現方法)					観点(3)	
量の種類	分数の大きさ	分子の大きさ	問題の提示法	基準の提示法	基準の大きさ	基準1の明示	基準を分割する線	分数理解	回答方法
長さ 液量	1未満 1 1～2 2超	1 2以上	実物 モデル 絵 文字 数	対象と分離 対象と一体	1 1超 2 2超	明示 推測	無 有 有(1の等分割線でも有)	読解 書取	記入 切り取る 色塗り 口頭

このような観点にしたがって過去の調査を分析し、独自の調査問題を作成した。例えば1番の問題は、量の大きさによって分数認識がどのように変化するかを調べる目的で作成した。1番の問題とその出題意図を以下に掲げる。

[図2：調査問題A型－1番の問題例]



[表10:1番の出題意図] 太枠で囲まれている欄が出題の意図である。

①	長さ	2～	1	絵	対象と分離	2 超	明 示	有 ※	書 取	記 入
②	〃	1～2	1	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃
③	〃	1未満	1	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃
④	〃	1未満	5	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃
⑤	〃	1未満	6 ※	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃

② 予備調査

調査問題の作成にあたって、大山小学校の4年生の1学級を用いて1993年（平成5年）12月3日に予備調査を行なった。その後、琉球大学教育学部の小田切助教授の御意見を取り入れながら調査問題の内容、表現、そして調査の仕方などを検討し、修正した。

③ 調査の手続き

本調査は1993年（平成5年）12月6、8、10日の3日間にわたって実施した。実施時間はそれぞれ15分、20分、20分でほとんどの子が調査用紙へ記入するには十分な時間であった。本調査は、執筆者の在籍していた大山小学校4年3組で実施した。在籍は40名である。調査日に欠席した子どもは後日実施した。

④ 分析の結果

次の3点について分析を行なった。

- ・分数の書き方を知っているかどうか。
- ・等分割してできた大きさをあらわす分数の意味について理解しているかどうか。
- ・連続量をはかった結果をあらわす分数の意味について理解しているかどうか。

子どもの実態に応じて×、△、○の3つに分類した。

分析1：分数の書き方を知っているかどうか

結果は以下の通りである。

段 階	人数	割合
×（まったく書けない）	4人	10%
△（横棒とその上下に数を書く）	13人	33%
○	23人	58%
合 計	40人	101%

※四捨五入のため合計が100%
ならない。

×と△の内容は次の通り。

×	分数の表記をまったく書けない。	4人
△	分母と分子が逆に書くことがある。	7人
	分母や分子を0に書くことがある。	8人
	分母の数を1つ減らして書くことがある。	2人

※誤答の内容は重複して
いるので合計は13人に
ならない。（以下同じ）

考察 3年生で8時間だけ指導を受けたあと、ほとんど分数について学習していないことを考えると、まったく分数がかけない子どもが4人というのは妥当な数といえるかもしれない。分母と分子について誤解して理解している子どもが13名いる。なお分数の表記を書いた36人（90%）の子どもに対して、分析(2)と(3)を行なった。

分析2：等分割してできた大きさを分数で表現できるかどうか

結果は以下の通りである。

段 階	人数	割合
× (意味が不明である)	2人	6%
△ (間違えることが多い)	8人	22%
○ (だいたいできている)	26人	72%
合 計	36人	100%

×と△の内容は次の通り。

×	意味不明	2人
△	分母を1少なくする	5人
	分母と分子が逆	6人

考察 等分割した大きさを分数で表記できない子どもは、分析(1)と分析(2)の結果を総合すると4名ということになる。学級の1割である。ほとんどの子どもは等分割した大きさを分数であらわすことはできるといえる。

分析3：連続量をはかった結果を分数で表現できるかどうか

結果は以下の通りである。

段 階	人数	割合
× (まったくできていない)	23人	64%
△ (3割ぐらいできている)	12人	33%
○ (6割ぐらいできている)	1人	3%
合 計	36人	100%

×と△の内容は次の通り。

×	全体を等分割して、大きさを表わしていない。	23
△	2 m以上のものさしにある目盛りで大きさが分かる	9
	2 mの長さから大きさが分かる。	3
	余分な目盛りに惑わされないで大きさが分かる。	4

考察 やはりまったく分かっていない。6割程度できている子どもが1人だけである。予想どおりである。また、だいたいできている子ども12名中5人は、分析(1)や分析(2)において△や×であった子どもであった。とくに正答率が低い問題ほど、分数の書き方そのものや等分割した大きさを分数であらわすことがほとんどできていない子ができる傾向がある。大変興味深い結果といえる。

IV 授業実践

研究テーマ

分数概念の正しい形成をはかる授業の実践的研究

……… 4年の分数指導を通して ………

1 単元名

「分数」

2 単元について

明治以降に学校教育に取り入れられた「分数」の指導には2つの大きな論点があった。

ひとつは「120円の三分の二はいくら？」というときの「三分の二」を分数として指導するかどう点である。これは「のつきの分数」とか「操作分数」と呼ばれているものである。

III 研究内容の「1 分数指導の変遷についての研究」で述べたように、操作分数は日常生活で用いられている「三分の二」と似ていることもあってこれをもって分数を導入しようとしたりしたこともあった。

しかし、これは量の大きさが不明瞭なため多くのつまずきを生む原因とされた。また「数としての分数ではない」という批判を受けたりした。そこで現行の指導要領では項目をあげて扱うことはなくなっている。

もうひとつは量の大きさをあらわす分数をどのように指導するかという点である。指導要領によれば「端数部分の大きさや等分してできる部分の大きさなどを表わすのに小数や分数を用いる」とある。つまり量の大きさを表わす分数には「端数部分の大きさをあらわす分数」と「等分した量の大きさをあらわす分数」があることが分かる。端数とは連続量をはかったときに生まれるものであるから「連続量をはかった結果を表わす分数」と「等分割してできた大きさをあらわす分数」があるといってもよいであろう。どちらを中心にして指導すべきかは現在でも結論がでていない。

本授業は「連続量をはかった結果をあらわす分数指導を中心に授業を改良することによって、量の大きさをあらわす分数概念が形成できる」という仮説にしたがって行なわれるものである。

改良点は指導過程・指導方法・教具の3つについて行なわれた。

指導過程の改良とは、分数指導と量指導を一貫して行なうことである。指導方法の改良とはノートやインタビューをもとにこどもの認識を明らかにしながら、それにそって指導することである。教具の改良とは、分数意味の構造により適合した教具を作り出すことである。

3 児童の実態

〈研究内容の2 こどもの分数認識についての研究〉で述べている。

4 単元の目標

- (1)量には分離量と連続量があることを知り、それぞれの量の性質を理解する。
- (2)連続量をはかった結果をあらわす分数の意味や表記の仕方を理解し、真分数・仮分数・帯分数の用語について理解する。
- (3)同分母分数の加法・減法の意味を理解し、その計算の仕方に習熟する。

5 指導の概観

量をあらわす分数には「等分割した大きさをあらわす分数」と「連続量をはかった結果をあらわす分数」がある。本単元での学習は、「連続量をはかった結果をあらわす分数」という分数の意味の理解をすることを通して展開される。実際には連続量の測定を通して、連続量を表記する際に必要な「単位」や「公約量」についての理解を深め、数の世界での操作に発展させる。

1. 「連続量と分離量の違い」では、連続量を実際に測定することによって、連続量の保存性、連続量の4段階指導や単位を表記することの必要性を指導する。もちろん連続量と分離量の違いも気づかせたい。
2. 「はんばな量の表わし方」では、操作を通して単位量とはんばな量の公約量について気づかたい。連続量を記数化する過程を丁寧に指導することによって分数の表記法の意味を理解させたい。丁寧に指導するとは、具体操作—モデル操作—記号操作—数操作の4つの操作のそれぞれで表記法を考えさせる。
3. 「分数のさまざまな問題を解こう」では、連続量の教具（モデル）・図（シェーマ図）・分数の三者関係トランプによる、大きさ比べや並べっこゲームを通して分数の理解を深める。また、分数のたし算やひき算についても習熟する。

6 実施月日

1994年1月17日～2月16日（20時間）

計画では15時間扱いであったが、5時間超過した。

7 実施学級

大山小学校4年3組 男子23名 女子17名 計40名

8 指導の実際 (20時間扱い) ※計画では15時間扱いであったが、5時間超過した。

	指導内容	学習内容	学習活動	留意点
第一次 (4) 分離量と連続量 (単位の導入と表記法1)	第1時 (1) 量の保存	(1)量の保存について確認する。	<p>-----[問題0]----- 1ℓ入りのビンに入っている1ℓの水を1ℓますに入れたらびったり入るでしょうか?</p> <p>①予想した後、答えを知る。</p>	プリントp1～p5 ・量の保存について確認する。
	(2) 液量の4段階指導 ①直接比較	(1)-① 2つの量を直接比較をすることを 知る。	(2)2つの量の大小をあてる。 <p>-----[問題1]----- (中身が見えないように隠されている)2つのビンに入っている水の量はどちらが多いでしょうか?</p> <p>i 勘で予想する。 iii 中身をみてどちらが多いか判断する。</p>	・問題1のビンは、同種類であるので視覚的に直接比較が可能である。
	②間接比較の導入 ③間接比較・個別単位 ※普遍単位は第4時にする 1/17	(2)-② 直接比較できないときがあることを知る。 (2)-③ 間接比較や個別単位ではかる方法を理解する。	<p>-----[問題2]----- (中身が見えないように隠されている)2つのビンに入っている水の量はどちらが多いでしょうか?</p> <p>i 勘で予想する。 iii 今度は中身をみてもどちらが多いか判断できない。</p> <p>-----[課題1]----- (見てわからないとき)2つの量をどのようにして比べることができるでしょうか?</p> <p>・それぞれが考えたあと発表する</p>	・問題2のビンは、異なった種類のびんで視覚的に直接比較ができないものである。 ・時間的な制約のためから方法についての議論をさけ、間接比較について軽く触れて、個別単位を導入することにする。
第2時 (3) 具体操作する。 ①個別単位ではかる。 1/18	(3)具体操作する (3)-① さまざまな量ではかってみる	<p>-----[作業1]----- いろいろなビンにいっぱい入る水の量を、自分のもってきた容器ではかりこするゲームをしよう。</p> <p>i 実際にはかる。 ii はかった結果を言葉と図で表現する。</p>	プリントp6 ・用意したビンの種類は10種類。 ・図についての議論はしない。	
第3時 (4) 何を記録するか考える。 ①連続量のはんば量を記録	(4)量を記録し他へ伝えるためにはどのようなことが必要か考える ①はんばを書くこと	<p>-----[課題2]----- みんなが書いた言葉を見て、大きい順にならべてみよう。</p> <p>①問1をする。 (ア)紙コップ7はい (イ)紙コップ2はい</p>	プリントp6～p9 ※課題は問題に改訂 ・見たらわかるという答はなかった。 ・数と“単位”と“はんば”が表現されていることが評	

<p>第一次 (4) 分離量と連続量と連続量(単位の導入と表記法)</p>	<p>すること。</p> <p>②容器名を記録すること。</p> <p>③共通単位ではかること。</p> <p>④数を記録すること。</p> <p>1/20</p>	<p>②はかった容器名や大きさを書くこと</p> <p>③同じ容器を使うこと</p> <p>④はかった数を書くこと</p>	<p>(ウ)紙コップ7はいと約半分 i 大きい順にならべる。 ii 理由をかく。 iii 答を発表してもらう。 iv 分かったことを書いてもらう。</p> <p>②問2をする。 (ア)ちゃわん4はい (イ)ちゃわん3はい (ウ)3はいと半分 問1のi~ivの繰り返し。</p> <p>③問3をする。 (ア)フィルム入れ7はい (イ)1 dl ますの4はいのほとんど (ウ)中ぐらいの葉のびんの約2倍 問1のi~ivの繰り返し。</p> <p>④問4をする。 (ア)紙コップの7はいと約半分 (イ)紙コップの1はいとほとんど (ウ)紙コップ 問1のi~ivの繰り返し。</p>	<p>価の観点。</p> <ul style="list-style-type: none"> • 個別単位を使えばよい。 • 図の中にも単位を書く。 • 容器名を書くことは2つの意味で重要である。それははかった容器の名前と大きさを記録することを意識できるからである。
<p>第4時</p> <p>⑤整理する。</p> <p>⑥まとめ</p> <p>1/21</p>	<p>⑤連続量の大きさを記録す時に必要なことを考える。</p> <p>⑥分離量と連続量の違い。</p> <p>⑦何を記録するのかまとめる。</p> <p>⑧連続量の記録する方法1を知る</p>	<p>-----[課題3]----- 問1~問4の文章をどのようにしたら、大きさが分かるようになるか考えて、書いてください</p> <ul style="list-style-type: none"> • 問1~問4のそれぞれについて改善するところを書く。 <p>-----[お話1]----- [2つの量と数] (要旨) a, 分離量と連続量という用語とその違いについて知る。</p> <ul style="list-style-type: none"> • お話を読んだら例を考える。 <p>[2つの量と数]の続き (要旨) b, {はんぱ}{はかった道具名} {はかった数}を書くことを理解する。</p> <p>[2つの量と数]のおまけ c, 3 mとか123 mlとか4 dlは連続量をはかって文字で記録したものです。はかった道具(容器とかものさしともいいます)とはかった数がきちんと書かれています。</p>	<p>p 9 の 2 ~ p 1 3</p> <ul style="list-style-type: none"> • 数えて数になる分離量とはかって数になる連続量 • はんぱがでない分離量とはんぱがでる連続量 • 勝昌君は、道具名はかった数・数がきちんと分けて書かれている。 	

	指 導	学 習 内 容	学 習 活 動	留 意 点
第二次 (7) はんばな量を単位量を単位量を用いて記録する (分数表記の導入)	第1時 実際に液量进行操作して、はんばな量を明確に表現しようとする。 1/24	(1)普遍単位ではかる。 ①普遍単位が生まれた歴史を知る ②普遍単位で連続量をはかり、はんばな量を記録する。	(1)連続量を記録する方法Ⅱを考える -----[お話2]----- メートル法の歴史について -----[作業2]----- 先生の用意した水の量をできるだけ正確にはかって、dlをつかって正確に書いてみよう。 ※はんばが分かるように。	・ほとんどの子どもは {3 dlとちょっと} と書いていた ・単位を付けていた子どもは15名 付けていない子どもは13名。
	第2時 液量のモデル(折り紙)进行操作してはんばな量を明確に表現する。 1/25	(2)はんばな量を記録する方法を折り紙进行操作して考える。 ①前時の確認 ②モデル化をする(折り紙) ③作業をする。	(2)はんばな量を正確に記録する方法を折り紙で考える。 ①作業2の答えを確認する。(実際に教師がやってみせる) ②液量を折り紙に置き換えて同様の操作をやってみせる。 -----[作業3]----- 先生の用意した水の量を表わした紙をできるだけ正確にはかって、dlをつかって正確に書いてください。	①単位名とはんばを明確にすること
	第3時 いろいろな単位分数の表現の仕方を練習する 1/26	(3)作業した結果を絵と言葉で書き表わす。	(3)紙を折る作業を練習する。 -----[作業4]----- 先生の用意した水の量を表わした紙をできるだけ正確にはかって、図と言葉で書いてください ①前時の確認をする。 ②実際に作業をする。	
	第4時 いろいろな単位分数の表現の仕方を練習する 1/26	(4)分数モデルをみて、言葉で表わす練習をする。	-----[ゲーム1]----- 先生の用意したタイルがいくらなのか、あてっこゲームをしよう。(超能力者はだれだ!) ・帯分数で表示する。	
	第5時 単位分数の記号を考える。	・検証授業なので、授業展開(P100)に掲載している。(1/27)		
	第6時 単位分数のシェーマ図を考える 2/1~2	(6)単位分数をあらわす図について考える。	-----[作業5]----- 先生が、見せたタイルを大きい順に並べて図と名前を書いてください。	

第7時 分子が1 以外の分 数が分か る。2/3	(7)分子が1以外の 分数を言葉・図 記号で書く練習 をする。	-----[作業6]----- 先生が、見せたタイルをそのま まプリントに写してください。	・分子が2以上 ・仮分数あり。
第8時 分数記号 の練習を する2/4	(8)図・記号・意味 ・読み方の練習 をする。	-----[作業7]----- 先生が、見せたタイルの図をか いてください。	・仮分数
第9時 同上 2/8	(9) 同上	プリントの問題をとく。	
第10時 同上 2/9	(10) 仮分数と帯分数 の変換をする。	-----[ゲーム2]----- 分数トランプでゲームをしよう	
第11時 仮分数を 帯分数に 直す2/10	(11) 同上	-----[作業8]----- ビンずめ分数かんずめ分数に変 身させよう。	

	指 導	学 習 内 容	学 習 活 動	
第三次 (5) いろ いろ な問 題を とく	第1時 分数の加 減ができ る。 2/14	(1)加減の問題を考 える。	進級テストをする	
	第2時 同上 2/15	(2) 同上	同上	
	第3時 数直線が 分かる。 2/15	数直線がよめる。	-----[ゲーム5]----- 超能力ゲーム3をする。	
	第4時 練習問題 をする。 2/16	練習をする。	・加減の練習問題をとく。 ・数直線の問題をとく。	
第四次 (1) テスト をする	1時 評価テストをする 2/16			

9 授業展開(1)……第二次・第5時の授業展開(9/15) 1月27日(木)4校時:検証授業である。

(1) 本時の目標

- ・単位分数を記号化する方法を知る。

(2) 準備するもの

授業プリントP25～P28

(3) 本時の展開

形態	学習内容	教師の活動	児童の反応・留意点
導入	1. 授業前の注意をする。	1. 今日の授業で気を付けてほしいことは {話している人の方をむいてきいてあげる} ということです。	
展	2. はんば量を記号化する	2. では、[お話3] をだれか読んでくれませんか?	
	(1) 単位量のモデルを紹介	(1) 昔々のお話。南の国の人々は、水をはかるのにやしの実を使っていました。 ① 隠していた椰子の実(※1)のモデルを、もったいぶって登場させる。	
開	(1) はんば量を言語化する	(1) コップ12はいで椰子の実がいっぱいになりました。ですからこのコップに入っている水の量は、{ } です。 ② では { } の中には何がはいるでしょうか。発表してください ③ 子どもがとまどっているので次のような言葉を追加した T 「これまでやったように、4はいで1dlになる量のように答えればいいんだよ」 ④ 子どもがわかりだしたところで T 「では、() 君、発表してください」 T 答えと説明を板書する。 板書	① (子どもの反応) ・何をいれたらよいか戸惑っている子どもが多いようであった。これはいままでやったのが{12はいで1dlになる量}または{1dlを12に等分した量}であったのに、違った単位、しかも1が不定な椰子の実を単位として用いることを要求しているからであると思う。次のような発言があった「大きいことや小さい椰子の実かわからんさ～」 S 「12はいで？」 S 「な～んだ」の声あり
		12はいで1やしの実 コップの12はいで やしのみがちょうどいっぱいになる量	

T 答えを書いてください。
 T 答えは「1やしの実を12に等分した量」と書いてもいいよと口頭で追加する。

⇒子どもの認識についての分析あり
 (分析1参照)

(3) はんぱ量を記号化する

(3)ではエジプトのひとびとは {12はいでやしの実いっぱいになる量} というのをどのような絵に書いたと思いますか。友達と相談して考えてください。

⑦きのう「4つで1dlになる量」について記号で表現した例を紹介する。

4 4番

4つ"1"4になるきしゃば※

⑧拓郎・真・真吾の3名を前にだして板書させる。

※きしゃばとは学級の子どもの姓である。名前を{りょう}という。したがってきしゃばとは{りょう=量}を表わしている。
 ⑧机間巡視をして数についての意識が見られない例があったので発表させようとしていた。その様子は分析2でまとめている。

⇒子どもの認識についての分析あり
 (分析2参照)

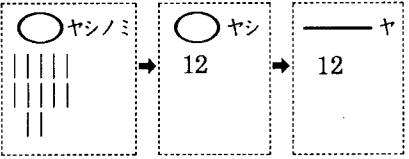
T 3人の記号について説明を加える。

(4) エジプト記号を紹介

(4)ではエジプトのひとびとが考えた記号を紹介します。

P 2 6

⑨ エジプトの分数を紹介する。



⑨「先生のようにだんだんやせていくみたいだね」

(5) エジプト記号の練習

(5)先生が見せる水の量(分数モデルで提示)をエジプト人の方法で書いてみてください。

⑩エジプト人の記号を使って次の水の量を表わしてみよう。

<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; background-color: #cccccc;"> →子どもの認識についての分析あり (分析3参照) </div>		
3. はんば量を記号と図で書いてもらう。	<div style="border: 1px dashed black; padding: 5px;"> (6) 「超能力はだれだゲーム2」をしましょう </div> <p>ゲームの手順</p> <p>(ア)分数タイルをはりつける。 (イ)勘で予想させる。 (ウ)予想をたてたら、見せる。 (エ)ヒントとして1枚だけ入れてみせる。 (オ)答えを確認する。 (カ)タイルに記号を書き込む。 (キ)図と記号を書かせる。</p>	<p>(ア)分数タイルは、構造が見易い図を子どもがかく参考になるように掲示すること。 (オ)ゆっくり見せてあげる。</p>
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; background-color: #cccccc;"> →子どもの認識についての分析あり (分析4参照) </div>		
4. 授業のまとめをする。	(7) 自己評価カードを配布する。	・自己評価カードに記入する。

(4)子どもたちの自己評価カードの集計

楽しさ度 (92点・・・子どもの自己評価を100点満点に換算)				
大変楽しかった	楽しかった	普通	あまり楽しくない	全然楽しくない
27名(73%)	6名(16%)	4名(11%)	0	0
分かった度 (85点・・・子どもの自己評価を100点満点に換算)				
大変分かった	分かった。	普通	あまり分からない	全然分からない
19名(51%)	10名(27%)	7名(19%)	1名(3%)	0

10 授業における子どもの分数認識

1 分析1

(1) 目的と方法

目的は、分数表記の際に重要になる概念の理解ができているかどうか子どもの認識によって分析することである。

方法は、まず教師が概念形成の上で重要であると判断する用語が入っている文章を、答えとしてあるいは説明として板書、口頭、印刷等の方法で提示する。提示は4回行なった。次にその文章をプリントに書かせる。黒板や印刷用紙に答えがのっていることも紹介する。

重要な用語と考えていたのは「12はい」「やしのみ」の2つである。

(2) 分析の結果

ほとんどの子どもが用語を書きもらしていなかったが、9名(23%)の子どもの文には重要な用語が脱落していた。

「12はい」が脱落している子ども2名(例「1やしのみ」等)

「やしのみ」が脱落している子ども1名(例「びんの12はいで1ℓになる」等)

「12はい」「やしのみ」両方が脱落している子ども2名(例「ちょうど1ℓだな」)

無答の子ども 4名

(3) 考察

4つの方法で正解を提示したにもかかわらず、正解をかけない子どもがいる。何らかの理由で書かなかったのか、それとも「12はい」「やしのみ」について意識していなかったのだろうか。今回の分析では判断できなかった。

2 分析2

(1) 目的と方法

目的は分数の記号化が子どもの認識に近いものかどうか調べることである。方法は、やしの実を使った実験の結果を絵にしてもらい、授業後、その絵を書いたわけを一人ずつに尋ねた。

(2) 分析の結果

子どもたちの書いた絵には次のようなものがあった。

- 分数の分母に対応するもの。

12個のコップの絵/数字(12)/コップ/チュウリップ12本

12目盛り入りのコップ/12個のやしの実/12の正方形/1~12までの数字

- 分数の分子に対応するもの。

やしのみの絵/菊1本

- 文章の文字の代わりになる絵

手の絵/蛾の絵/魚の絵

- なんらかの操作を表わすもの

かけ算の記号/矢印

(3) 考察

具体的な量に対応した図と、数や文字に対応した図があった。具体的な量に対応した図を書いた子どもの中には、次のように具体から抽象へ移行する過程がうかがえる図があった。



(コップとやしの実)



(コップの上に12という数字をつけ加えている)

V 仮説の検証

研究の結果、III 研究内容で述べたようにこれまでの指導の到達点や課題を明らかにできた。

「大きさをあらわす分数についての子どもの認識が形成されにくい」という課題を克服するために「大きさをあらわすこと」に重点をおいた指導計画が作成できた。指導計画に基づいた授業によって「大きさをあらわす分数」の概念が形成できたことは確認できた。しかし、すべての子が十分形成できたとはいえない。したがって仮説は部分的にしか実証できなかったといえる。今後さらに検証を重ねたい。

VI 研究の成果と今後の課題

1 研究の成果

- 分数意味の変遷を調べることによって、意味指導の欠落を示唆することができた。
- 子どもの認識を調べることにより、図的表現と分数とのギャップがあることを示すことができた。
- 指導計画を自分でたてて20時間にわたって一つの単元を実践授業することができた。
- 収録に載せることはできなかったが、授業後子どもに「どうしてそう考えたの?」と尋ねる機会がもてた。長い子どもは1時間以上にわたって、その子どもなりの思考のあとを語ってくれた。子どもの思考の多様さを学ぶことができた。
- 5年生の内容である異分母分数の加減を自ら解くことができた子どもが数名でた。
- 子どもが理解しやすい分数の図や授業プリントや教具、ゲーム等を自作することができた。

2 研究の課題

- 仮説の検証で述べたように、図的表現から分数へ抽象化する過程の研究を今後すすめたい。
- 今回の授業実践の追試をすすめたい。

3 おわりに

時間と紙面の制約上、掲載できなかった子どもの図や言葉が数多くあることが残念である。今後、活用したい。研究所の嘉手苺喜郎所長、伊波義雄研究主事をはじめ、中頭事務所の大石英助先生からあたたかい励ましがあったことが研究をすすめる上で大きな力となった。感謝申し上げます。また大山小学校の島袋常次郎先生、辺土名勝祐教頭先生、それから実践学級の担任の石川悦子先生にはいろいろお世話になりました。協力を深く感謝申し上げます。

主な参考文献

- | | | |
|------------|----------------|------------------|
| 大矢・徳永・安藤共著 | 「分数と小数」 | 新興出版社・啓林館(1957年) |
| 中村幸四郎著 | 「数学史一形成の立場から一」 | 共立出版(1981年) |
| 海後・仲編纂 | 「日本教科書大系一算数」 | 講談社(1963年) |
| 仮説実験授業研究会編 | 「科学教育研究5」 | 国土社(1971年) |